Это означает, что хотя бы один из миноров

$$\Delta_{ij} = a_{1i}a_{2j} - a_{2i}a_{1j} (i,j = 1,2,3,4) \quad (3)$$

граничной матрицы

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23}a_{24} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

отличен от нуля.

Область определения оператора L обозначим через $D(L)$, т.е.

$$D(L) = \{y(x) \in C^2(0,1) \cap C^1[0,1]: U_i(y) = 0\} (i = 1,2) \quad (5)$$

Пусть L^+-оператор формально сопряженный к оператору L, т.е. такой оператор, что $\forall y(x) \in D(L)$ и $z(x) \in D(L^+)$ имеет место формула

$$(Ly, z) = (y, L^+z),$$

где $D(L^+)$ – область определения сопряженного оператора L^+, (.,.) – скалярное произведение пространства $L^2(0,1)$, определенное формулой

$$(f, g) = \int_0^1 f(x)\bar{g}(x)dx, \qquad \forall f, g \in L^2(0,1)$$

Через S обозначим оператор внутреннего отклонения

$$Su(x) = u(1-x), \forall x \in [0,1], u(x) \in L^2(0,1) \quad (6)$$

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. При каких условиях на коэффиценты $a_{i,j}$ имеет место формула

$$SL = L^+S. \quad (7)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Операторов Штурма-Лиувилля, удовлетворяющих условию (7), назовем S-самосопряженными.

Основным результатом работы является теорема 1, которая доказывается с помощью лемм 1-4. Подробное доказательства леммы 1 дано в работе [2]. Лемма 2 является следствием леммы 1, ее можно доказать и с помощью прямых вычислений. Лемму 3 можно доказать так же, как в работе [4, с. 293]. Необратимость оператора L означает, что $\Delta(0) = \Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34} = 0$ [см. 3, с. 35].

2. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Функциями экспоненциального типа называются целые функции, порядок которых меньше 1 либо равен 1, но тогда тип конечен [1, с. 42].

ЛЕММА 1. Если функция экспоненциального типа $f(z)$ не имеет нулей на всей комплексной плоскости, то

$$f(z) = e^{az+b},$$

где a, b – некоторые комплексные числа [2, с. 31].

ЛЕММА 2. Если

$$\Delta_{ij} = a_{1i}a_{2j} - a_{2i}a_{1j} (i,j = 1,2,3,4) \quad (3)$$

то имеет место формула, $\Delta_{13}\Delta_{24} + \Delta_{14}\Delta_{32} - \Delta_{12}\Delta_{34} = 0,$ которая является следствием леммы 1.

ЛЕММА 3. Если $\Delta_{12} \neq 0$, то краевые условия (2) эквивалентны краевым условиям

$$\begin{cases} \Delta_{12}y(0) + \Delta_{32}y(1) + \Delta_{42}y'(1) = 0, \\ \Delta_{12}y'(0) + \Delta_{13}y(1) + \Delta_{14}y'(1) = 0; \end{cases}$$

а сопряженными к ним являются

$$-\bar{\Delta}_{14}z(0) - \Delta_{12}z(1) + \bar{\Delta}_{42}z'(0) = 0,$$
$$\bar{\Delta}_{32}z'(0) - \bar{\Delta}_{13}z(0) + \bar{\Delta}_{14}z'(1) = 0;$$

где Δ_{ij} – миноры матрицы (4), вычисляемые по формулам (3).

ЛЕММА 4. Если имеет место формула (7), то имеет место равенства

1) $(\Delta_1 12 + \Delta_1 34)^- = k(\Delta_1 12 + \Delta_1 34);$ 2) $\Delta^-_1 13 = k\Delta_1 13;$

3) $(⟦\Delta⟧ \downarrow 14 + \Delta_1 32)^- = k(\Delta_1 14 + \Delta_1 32);$ 3) $\Delta^-_1 42 = k\Delta_1 42.$

где k – некоторое комплексное число, удоветворящее условию $|k| = 1$, Δ_{ij}-миноры матрицы (4).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Из формулы $L^{+} = SLS = S^{-1}LS$ следует, что операторы L^{+} и L подобны, поэтому существует такое число k^{*} [см. лемму 1], что $\Delta^{*}(\lambda) = k^{*}\Delta(\lambda)$ где $\Delta^{*}(\lambda)$ – характеристическая функция сопряженного оператора L^{+} [3, с. 35]. Тогда $\Delta^{*}(\lambda) = C \times \overline{\Delta(\overline{\lambda})} = k^{*}\Delta(\lambda), C - const.$

$$\bar{\Delta}_{12} + \bar{\Delta}_{34} + \bar{\Delta}_{13}\frac{\sin\lambda}{\lambda} + (\bar{\Delta}_{14} + \bar{\Delta}_{32})\cos\lambda - \bar{\Delta}_{42}\lambda\sin\lambda =$$

$$= k\left[\Delta_{12} + \Delta_{34} + \Delta_{13}\frac{\sin\lambda}{\lambda} + (\Delta_{14} + \Delta_{32})\cos\lambda - \Delta_{42}\lambda\sin\lambda\right].$$

Отсюда выводим формулы 1)-4).

3. ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

ТЕОРЕМА 1. Для необратимого оператора Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x); x \in (0,1) \qquad (1)$$

$$U_i[y] = a_{i1}y(0) + a_{i2}y'(0) + a_{i3}y(1) + a_{i4}y'(1) = 0 \quad (i = 1,2) \qquad (2)$$

с двумя (i = 1,2) линейно независимыми краевыми условиями, формула

$$SL = L^{+}S \qquad (7)$$

имеет место тогда и только тогда, когда

$$\bar{\Delta}_{12} = e^{i\varphi}\Delta_{12}, \quad \bar{\Delta}_{13} = e^{i\varphi}\Delta_{13}, \quad \bar{\Delta}_{14} = e^{i\varphi}\Delta_{32}, \quad \bar{\Delta}_{24} = e^{i\varphi}\Delta_{24}, \quad \bar{\Delta}_{34} = e^{i\varphi}\Delta_{34},$$

где $0 \le \varphi < 2\pi$, а оператор S определен формулой(6).

Доказательство теоремы легко следует из вышеизложенных лемм 1-4.

ЛИТЕРАТУРА

1 Леонтьев А.Ф. Целые функций. Ряды экспонент. – М.: Наука, 1983. – С. 176.

2 Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма-Лиувилля на конечном отрезке времени // Известия АН РК. Серия физ.-мат. – 2000. – № 3. – С. 29-34.

3 Марченко В.А: Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. – Киев: Науква думка, 1977. – С. 329.

4 Айнс Э.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Харьков, 1939. – 717 с.

REFERENCES

1 Леонтьев А.Ф. Целые функций. Ряды экспонент. М.: Наука, 1983. С. 176.

2 Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма-Лиувилля на конечном отрезке времени. Известия АН РК. Серия физ.-мат. 2000. № 3. С. 29-34.

3 Марченко В.А: Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. Киев: Науква думка, 1977. С. 329.

4 Айнс Э.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Харьков, 1939. 717 с.

Резюме

И. О. Оразов, А. Ш. Шалданбаев

(М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан Республикасы)

ҚАЙТЫМСЫЗ ШТУРМ-ЛИУВИЛЛ ОПЕРАТОРЫНЫҢ *S* ЖАЛҚЫЛЫҒЫ

Бұл еңбекте қайтымсыз Штурм-Лиувилл операторының S жалқылығының үзілді кесілді шарттары табылған.

Тірек сөздер: S критерийі, жалқылық, қайтымсыз оператор.

Summary

I. O. Orazov, A. Sh. Shaldanbayev

(M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Republic of Kazakhstan)

CRITERION S-SELF-ADJOINT IRREVERSIBLE STURM-LIOUVILLE

In this work the criterion of Scамосопряжености of the irreversible operator of Storm Liouville is established.
Keywords: criterion S, self conjugacy, irreversible operator.

Поступила 15.10.2013г.

УДК 517.9

И. О. ОРАЗОВ, А.Ш. ШАЛДАНБАЕВ

(Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Республика Казахстан)

КРИТЕРИЙ САМОСОПРЯЖЕННОСТИ ОБРАТИМОГО ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

Аннотация. В данной работе получен критерий самосопряженности обратимого оператора Штурма-Лиувилля, отличающиеся от известных признаков Э. Л. Айнса и Н. Левинсона.
Ключевые слова: критерий, самосопряженность, обратимый оператор.
Тірек сөздер: критерий, жалқылық, қайтымды оператор.
Keywords: criterion, self conjugacy, irreversible operator.

Рассмотрим в пространстве $L^2(0,1)$ краевую задачу Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x); \quad x \in (0,1) \tag{1}$$

$$U_i[y] = a_{i1}y(0) + a_{i2}y'(0) + a_{i3}y(1) + a_{i4}y'(1) = 0 \quad (i = 1,2) \tag{2}$$

с двумя (i = 1,2) линейно независимыми краевыми условиями, где a_{ij} (i = 1,2; j = 1,2,3,4) – произвольные комплексные постоянные, λ – спектральный параметр.

Число λ называется собственным значением оператора L, если в области определения D(L) оператора L существует функция y(x) # 0,такая что Ly = λy. Эта функция y(x) называется собственной функцией оператора L,соответствующей собственному значению λ. Таким образом, собственные значения оператора L, суть те значения параметра λ, при которых однородная краевая задача

$$Ly = \lambda y, \qquad U_i[y] = 0 \quad (i = 1,2) \tag{3}$$

имеет нетривиальные решения; эти нетривиальные решения являются соответствующими собственными функциями.

Обозначим через

$$y_1(x;\lambda), \qquad y_2(x;\lambda) \tag{4}$$

фундаментальную систему решений дифференциального уравнения (1) определенную начальными условиями

$$y_j^{(\nu-1)}(0;\lambda) = \begin{cases} 0 & \text{при } j \neq \nu, \\ 1 & \text{при } j = \nu \end{cases} \quad i,\nu = 1,2. \tag{5}$$

Из общих теорем о решениях линейных дифференциальных уравнений вытекает [1, с. 47], что для любого фиксированного значения x из [0,1] функций (4) будут целыми аналитическими функциями параметра λ.

Положим

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} U_1(y_1) & U_1(y_2) \\ U_2(y_1) & U_2(y_2) \end{vmatrix}. \tag{6}$$

В силу предыдущего $\Delta(\lambda)$ – целая аналитическая функция переменного λ. Она называется характеристическим определителем оператора L. В нашем случае $\Delta(\lambda)$ имеет следующий вид

$$\Delta(\lambda)=\Delta_{12}+\Delta_{34}+\Delta_{13}\frac{\sin\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\lambda}}+(\Delta_{14}+\Delta_{32})\cos\sqrt{\lambda}-\Delta_{42}\sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}, \tag{7}$$

где

$$\Delta_{ij}=a_{1i}a_{2j}-a_{2i}a_{1j}, \qquad (i,j=1,2,3,4). \tag{8}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Задача Штурма-Лиувилля (1)–(2) называется самосопряженной, если $\forall u(x), v(x)\in D(L)$ имеет место равенство

$$(Lu,v)=(u,Lv), \tag{9}$$

где $D(L)=\{C^2(0,1)\cap C^1[0,1];\ U_i[y]=0, i=1,2\}, (\ ,\ )$ – означает скалярное произведение пространства $L^2(0,1)$, т.е. $\forall f,g\in L^2(0,1)$

$$(f,g)=\int_0^1 f(x)\overline{g(x)}dx.$$

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. Найти необходимые и достаточные условия выполнения равенства (9).

2. ВСПОМАГАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ

ЛЕММА 1. Если функция экспоненциального типа $f(z)$ [2, с. 42] не имеет нулей на всей комплексной плоскости, то

$$f(z)=e^{az+b},$$

где a, b – некоторые комплексные числа [3, с. 31].

ЛЕММА 2. Если

$$\Delta(0)=\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}\neq 0,$$

и имеет место формула (9), то имеет место следующие равенства

1) $\overline{\Delta_{12}}+\overline{\Delta_{34}}=k(\Delta_{12}+\Delta_{34})$; 2) $\overline{\Delta}_{14}+\overline{\Delta}_{32}=k(\Delta_{14}+\Delta_{32})$;

3) $\overline{\Delta}_{13}=k\Delta_{13}$; 4) $\overline{\Delta}_{24}=k\Delta_{24}$,

где $k=\dfrac{\overline{\Delta}(0)}{\Delta(0)}$, $\qquad \Delta(0)=\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}$,

$$\Delta_{ij}=a_{1i}a_{2j}-a_{2i}\times a_{1j}(i,j=1,2,3,4).$$

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ТЕОРЕМА 1. Если

$$\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}\neq 0,$$

то задача Штурма-Лиувилля (1)–(2) самосопряжена тогда и только тогда, когда

$$\frac{\overline{\Delta}_{13}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}=\frac{\Delta_{13}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}},$$

$$\frac{\overline{\Delta}_{34}+\overline{\Delta}_{32}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}=\frac{\Delta_{12}+\Delta_{32}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}},$$

$$\frac{\overline{\Delta}_{32}+\overline{\Delta}_{42}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}=\frac{\Delta_{32}+\Delta_{42}}{\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}}.$$

ТЕОРЕМА 2. Если

$$\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}\neq 0,$$

то задача Штурма-Лиувилля (1)–(2) самосопряжена тогда только тогда, когда имеет место формулы

1) $\overline{\Delta}_{12}=k\Delta_{34}$; 2) $\overline{\Delta}_{13}=k\Delta_{13}$; 3) $\overline{\Delta}_{14}=k\Delta_{14}$;

4) $\overline{\Delta}_{32}=k\Delta_{32}$; 5) $\overline{\Delta}_{24}=k\Delta_{24}$; 6) $\overline{\Delta}_{34}=k\Delta_{12}$,

где $k=\dfrac{\overline{\Delta}(0)}{\Delta(0)}$, $\qquad \Delta(0)=\Delta_{12}+\Delta_{13}+\Delta_{14}+\Delta_{32}+\Delta_{34}$,

$$\Delta_{ij}=a_{1i}a_{2j}-a_{2i}a_{1j}(i,j=1,2,3,4).$$

Эти теоремы полностью решают поставленную задачу для обратимого оператора Штурма-Лиувилля.

ЛИТЕРАТУРА

1 Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: ИЛ, 1958. – С. 474.
2 Леонтьев А.Ф. Целые функций. Ряды экспонент. – М.: Наука, 1983. – С. 176.
3 Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма-Лиувилля на конечном отрезке времени // Известия АН РК. Серия физ.-мат. – 2000. – № 3. – С. 29-34.

REFERENCES

1 Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958. С. 474.
2 Леонтьев А.Ф. Целые функций. Ряды экспонент. М.: Наука, 1983. С. 176.
3 Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма-Лиувилля на конечном отрезке времени. Известия АН РК. Серия физ.-мат. 2000. № 3. С. 29-34.

Резюме

И. О. Оразов, А. Ш. Шалданбаев

(М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан Республикасы)

ҚАЙТЫМДЫ ШТУРМ-ЛИУВИЛЛ ОПЕРАТОРЫНЫҢ ЖАЛҚЫЛЫҚ КРИТЕРИЙІ

Бұл еңбекте қайтымды Штурм-Лиувилл операторының жалқылығының үзілді-кесілді шарттары табылған, олар көпке белгілі Э.Л. Айнс пен Н Левинсонның шарттарынан мүлдем өзгеше.

Тірек сөздер: критерий, жалқылық, қайтымды оператор.

Summary

I. O. Orazov, A. Sh. Shaldanbayev

(M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Republic of Kazakhstan)

THE CRITERION OF REVERSIBLE SELF-ADJOINT STURM-LIOUVILLE

In this work the criterion of self-conjugacy of the reversible operator of the Storm Liouville, E. L. Aynsas and N. Levinson different from known signs is received.

Keywords: criterion, self conjugacy, irreversible operator.

Поступила 15.10.2013г.

УДК 621.314

К. Н. ТАЙСАРИЕВА, Л. Б. ИЛИПБАЕВА

(Казахский национальный технический университет им. К. И. Сатпаева, Алматы, Республика Казахстан)

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МНОГОУРОВНЕГО ТРЕХФАЗНОГО ИНВЕРТОРА

Аннотация. Было проведено моделирование многоуровневого трехфазного инвертора в программном продукте в среде Matlab, в разделе Simulink и получена имитиционная модель. Рассматривались особенности моделирования многоуровнего трехфазного инвертора. Результаты гармонических составляющих показали, что при шести и более уровней напряжения основная гармоника напряжения ярко выражена по сравнению с другими гармониками, т.е. форма кривой напряжения на выходе трехфазного инвертора практически не отличается от синусоиды.

Ключевые слова: транзистор, трехфазный инвертор, преобразователь.
Тірек сөздер: транзистор, үш фазалы инвертор, инвертор.
Keywords: transistor, three-phase inverter, the inverter.

Компьютерное моделирование является одним из наиболее эффективных средств исследования. Как и любое компьютерное моделирование, оно дает возможность проводить вычислительные эксперименты. В то же время, благодаря своей близости по форме к физическому моделированию, этот метод исследования доступен более широкому кругу пользователей. [1]

В данной статье рассматриваются особенности многоуровнего трехфазного инвертора с использованием программного пакета Matlab Simulink.

Преобразование постоянного тока в переменный может осуществляться с помощью преобразователей, которыми можно управлять. При преобразовании энергии (солнечной, ветряной и т.д.) постоянного напряжения в переменное напряжение инвертор должен обладать хорошими энергетическими показателями, такими как удельная мощность, КПД, коэффициент мощности.[1]

Чтобы обеспечить требуемые показатели качества трехфазного напряжения, можно применить два полумостовых трехфазных инвертора. На рисунке 1 показана электрическая схема мостового трехфазного инвертора.

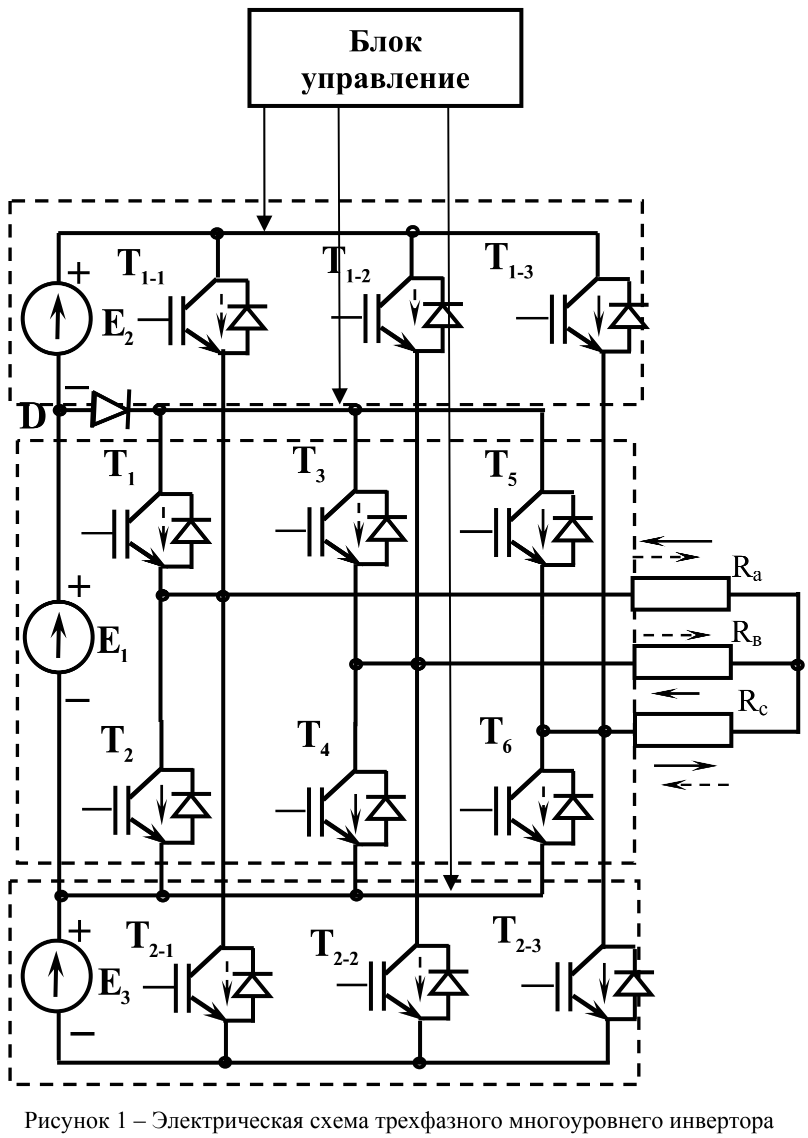

Рисунок 1 – Электрическая схема трехфазного многоуровнего инвертора

Трехфазный многоуровневый инвертор содержит трехфазную мостовую схему инвертора с обратными диодами, три источника постоянного напряжения, в которые дополнительно включены два трехфазных полумостовых инвертора. Каждый полумостовой трехфазный инвертор состоит из трех транзисторов.

Управление транзисторами осуществляется таким образом чтобы на выходе инвертора обеспечивалось многоуровневое трехфазное напряжение, близкое по форме к синусоиде [5].

Разработанная схема трехфазного многоуровнего инвертора была построена в программной среде Matlab, в разделе Simulink и имитационная модель обеспечивает многоуровневое кривое напряжение.

В программной среде использованы IGBT транзисторы и управляется блоком управления. На рисунке 2 показана имитационная модель многоуровнего трехфазного инвертора.

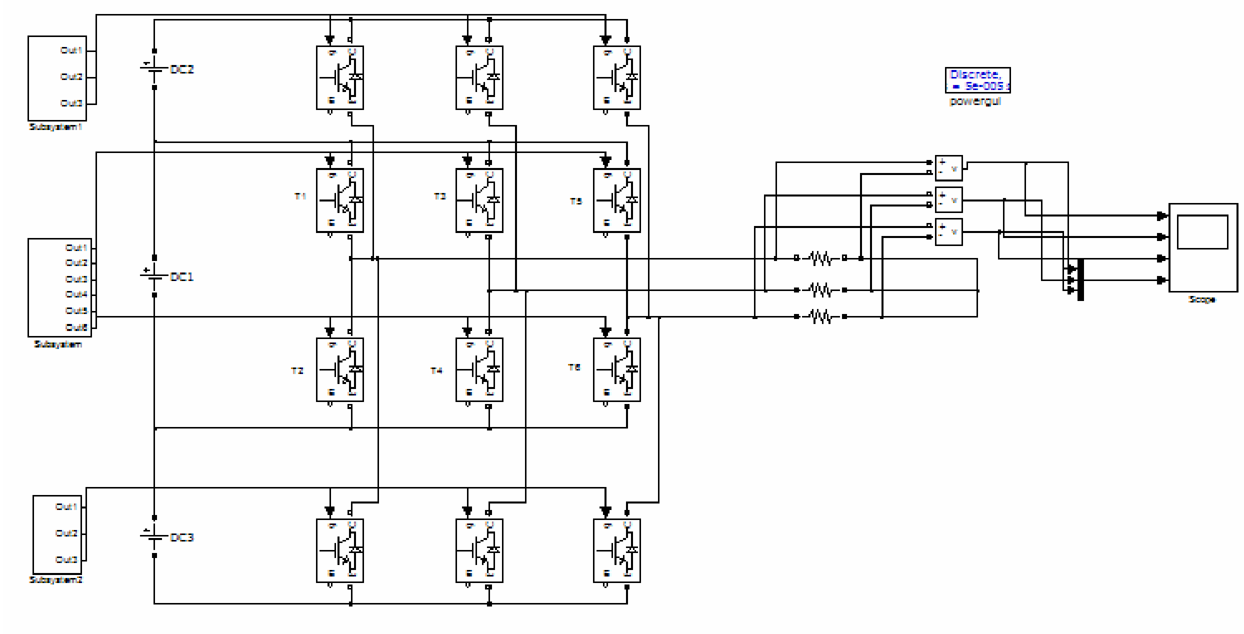

Рисунок 2 – Имитационная модель многоуровнего трехфазного инвертора

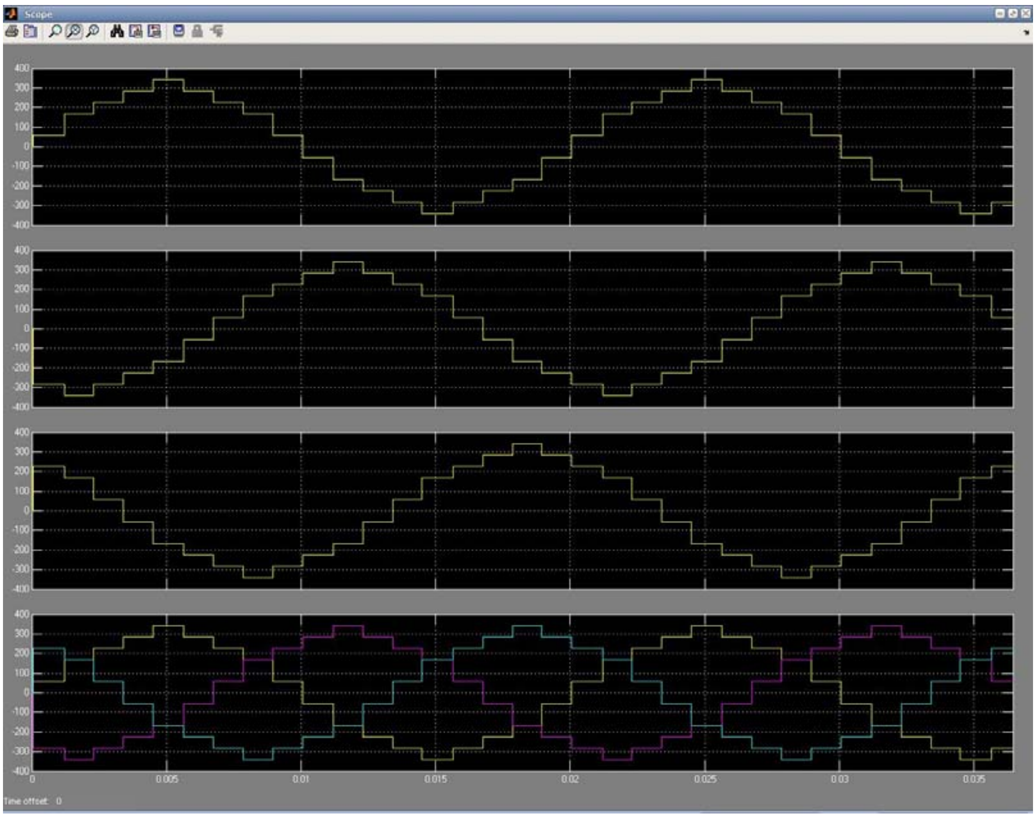

Рисунок 3 – Результаты моделирования выходного многоуровнего напряжения

Как видно из графика (рисунок 3) выходного напряжения, на нагрузке происходит суммирование уровней напряжения всех источников питания и форма кривой напряжения практически не отличается от синусоиды.

В данной работе проведен спектральный анализ выходного многоуровнего напряжения, для наглядности данные приведены в таблице. Анализируя спектр составляющих, определены многоуровневые кривые напряжения. Результаты спектрального анализа показывают, что в составе выходного напряжения присутствуют 5-ая, 9-ая и 11-ая гармоники, амплитуда которых не превышает 5% процентов от основной гармоники. Это значит, таким составом гармоник данный трехфазный многоуровневый инвертор можно подключать в общую энергосеть при согласовании остальных параметров.

Спектральный анализ напряжения представлен в таблице.

Таблица

Maximum harmonic frequency used for TND calculation = 9950.00 Hz (498 t)			
0 Hz	(DC):	0.34	90.0°
50 HZ	(Fnd):	338.14	0.0°
100 Hz	(h 2):	0.68	90.0°
150 Hz	(h 3):	2.94	16.60°
200 Hz	(h 4):	0.68	90.0°
250 Hz	(h 5):	2.65	24.7°
300 Hz	(h 6):	0.68	90.0°
350 Hz	(h 7):	1.93	8.4°
400 Hz	(h 8):	0.68	90.0°
450 Hz	(h 9):	2.27	0.0°
500 Hz	(h 10):	0.38	90.0°
550 Hz	(h 11):	2.62	0.0°

Было моделирование многоуровневого трехфазного инвертора в программной среде MatLab 7.9.0 для шести, пяти и четырех уровней напряжения. При этом амплитудное значение напряжения равнялось 320 В, а частота 50 Гц.

Полученные результаты показали, что для шести, пяти и четырех и более уровней напряжения приближены к синусоидальной кривой форме.

ЛИТЕРАТУРА

1 Моин В.С. Стабилизированные транзисторные преобразователи. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 376 с.

2 Твайделл Дж., Уэйр А. Возобновляемые источники энергии / Пер. с анг. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 392 с.

3 Ромаш Э.М., Дробавич Ю.И., Юрченко Н.Н., Шевченко П.Н. Высокочастотные транзисторные преобразователи. – М.: Радио и связь, 1988. – 288 с.

4 Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0. – СПб.: КОРОНА-принт, 2001.

5 Патент № 60622. Комитет по правам интеллектуальной собственности Министерства юстиции Республики Казахстан. Многоступенчатый транзисторный инвертор / Исембергенов. Н.Т., Илипбаева Л.Б..: опубл.15.07.2009. бюл. № 9.2 ст: ил.

6 Розанов Ю.К., Рябчицкий М.В. Силовая электроника. – М.: Издательский дом МЭИ, 2007. – 632 б.

7 Кардашев Г.А. Виртуальная электроника. Компьютерное моделирование аналоговых устройств. – М.: Горячая линия – Телеком, 2002. – 197 с.

REFERENCES

1 Moin V.S. Stabilizirovannye tranzistornye preobrazovateli. M.: Jenergoatomizdat, 1986. 376 s.

2 Tvajdell Dzh., Ujejr A. Vozobnovljaemye istochniki jenergii / Per. s ang. M.: Jenergoatomizdat, 1990. 392 s.

3 Romash Je.M., Drobavich Ju.I., Jurchenko N.N., Shevchenko P.N. Vysokochastotnye tranzistornye preobrazovateli. M.: Radio i svjaz', 1988. 288 s.

4 German-Galkin S.G. Komp'juternoe modelirovanie poluprovodnikovyh sistem v MATLAB 6.0. SPb.: KORONA-print, 2001.
5 Patent № 60622. Komitet po pravam intellektual'noj sobstvennosti Ministerstva Justicii Respubliki Kazahstan. Mnogostupenchatyj tranzistornyj invertor / Isembergenov. N.T., Ilipbaeva L.B..: opubl.15.07.2009. bjul. № 9.2 st: il.
6 Rozanov Ju.K., Rjabchickij M.V. Silovaja jelektronika. M.: Izdatel'skij dom MJeI, 2007. 632 b.
7 Kardashev G.A. Virtual'naja jelektronika. Komp'juternoe modelirovanie analogovyh ustrojstv. M.: Gorjachaja linija - Telekom, 2002. 197 s.

Резюме

К. Н. Тайсариева, Л. Б. Іліпбаева

(Қ. И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы)

ҮШФАЗАЛЫ КӨПДЕҢГЕЙЛІ ИНВЕРТОРДЫҢ ИМИТАЦИОНДЫ ҮЛГІСІ

Компьютерлік үлгілеу көп таралған зерттеудің бір түрі болып табылады. Жалпы компьютерлік үлгілеу зерттеудегі есептеу нәтижесін алуға және имитационды үлгі құруға мүмкіндік береді. Бұл мақалада үшфазалы көпдеңгейлі инвертордың имитационды үлгісі Matlab бағдарламасының, Simulink бөлімінде жасалды. Үлгілеу барысында үшфазалы инвертордың артықшылықтары қарастырылды. Гармоникалық көрсеткіштерден біз алты және де одан да көп деңгейлердегі негізгі кернеу, басқа гармоникалардың кернеулерімен салыстырғанда жарқын көрінетінін көреміз. Сонымен қоса үшфазалы инвертордың шығыс кернеуі синусойдадан айырмашылығы жоқ.

Тірек сөздер: транзистор, үш фазалы инвертор, инвертор.

Summary

K. N. Taissariyeva, L. B. Ilipbaeva

(Kazakh National Technical University after K. I. Satpayev, Almaty, Republic of Kazakhstan)

SIMULATION MODEL MULTI-LEVEL THREE-PHASE INVERTER

Computer simulation is one of the most effective means of investigation. As with any computer simulation, it enables the conducting computational experiments. It was used to simulate the multi-level three-phase inverter in the software product in an environment Matlab, Simulink, and the section obtained imititsionnaya model. Considered particularly multilevel modeling of three-phase inverter. Results harmonic components showed that six or more levels of voltage fundamental wave voltage wife clearly expressed compared with the other harmonics, ie, the voltage waveform at the output of the three-phase inverter does not differ from the sine wave.

Keywords: transistor, three-phase inverter, the inverter.

Поступила 15.10.2013г.

УДК 517.5

А. Ш. ШАЛДАНБАЕВ, И. О. ОРАЗОВ

(Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Республика Казахстан)

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НУЛЕЙ ОДНОЙ ТРАНЦЕНДЕНТНОЙ ФУНКЦИИ

Аннотация. В данной работе изучено распределение нулей транцендентной функции $w(z) = \sin -z$.

Ключевые слова: транцендентная функция, распределение нулей.
Тірек сөздер: транцендენттік функция, нөлдердің орналасуы.
Keywords: trantsendentny functions, distribution of zeroes.

Рассмотрим на комплексной плоскости z транцендентную целую функцию

$$w(z) = \sin z - z, \tag{1}$$

которая часто встречается в спектральной теорий операторов Штурма-Лиувилля [1, с. 38] и математической физике [2, с. 33-34]. Известно [3, с. 385], что функция (1) имеет бесконечное множество нулей, состоящих из четырех серий. Асимтотика одной из серий нулей z_n имеет вид

$$z_n = 2\pi n + i\,ln(4\pi n) + \frac{\pi}{2} + O\left(\frac{lnn}{n}\right)(n \to \infty) \tag{2}$$

Остальные три серии корней уравнения $w(z) = 0$ имеют вид $\{\overline{z_n}\}, \{-z_n\}, \{-\overline{z}_n\}$.

Формула (2) хороша при больших значениях n, но имеет два недостатка. Во-первых, величина O неизвестна, во-вторых, для «малых» нулей не дает никакой информаций. В частности, неизвестно, какой корень уравнения $w(z) = 0$ лежит в какой области. Между тем, для многих задач механики и физики именно «малые» нули представляют особый интерес и имеют механический и физический смысл. Заметим, что формула (2) встречается во многих учебниках по теории функций комплекс-ного переменного [3, с. 385].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. Изучить распределение нулей функции $w(z) = \sin z - z$, и определить, хотя бы приблизительно, местонахождение каждого конкретного нуля. Найти приблизительные расстояния между соседними нулями функции $w(z)$.

2. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ

ЛЕММА 1. Если функция $w(z) = f(z)$ является аналитической в области D и на ее границе C, на который она не обращается в нуль, то логарифмический вычет $f(z)$ относительно C дает число нулей $f(z)$ в D, которое равно изменению $Arg\, f(z)$ при обходе контура C, деленному на 2π:

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f'(z)}{f(z)}dz = \frac{1}{2\pi}\Delta_C Argf(z) = N$$

Это имеет место для многочлена $Q_n(z) = \sum_{k=0}^{n} a_k z^k$ [3. с. 260].

Пусть Ω – четырехугольник $ABCD$ расположенный на комплексной полскости z, с вершинами в точках $A(-a-ib), B(a-ib), C(a+ib), D(-a+ib),$ где a, b произвольные положительные числа. Тогда имеет место лемма.

ЛЕММА 2. Если имеют место равенства

а) $w(\overline{z}) = \overline{w(z)}$;

б) $w(-z) = -w(z)$,

то имеют место формулы

а) $\Delta\, Argw(z)/_A^B = \Delta Argw(z)/_C^D$;

б) $\Delta\, Arg\; w(z)/_B^C = \Delta Arg\; w(z)/_D^A$.

ЛЕММА 3. Функция $w(z)$ не обращается в нуль на координатных осях, исключая начало координат $z = 0$, где она имеет трехкратный нуль.

ЛЕММА 4. Функция $w(z)$ не имеет нулей в полосах

комплексной z плоскости.

3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ТЕОРЕМА 1. На первой четверти ($x > 0$, $y > 0$) комплексной z плоскости функция $w(z)$ имеет бесконечное множество нулей, расположенных по одному в полосах

Остальные три серии расположены в других четвертях и имеют вид $\{\overline{z_n}\}, \{-z_n\}, \{-\overline{z}_n\}$.

Асимтотика корней z_n имеет вид

$$z_n = 2n\pi + \frac{\pi}{2} + i\,ln(4\pi n) + O\left(\frac{lnn}{n}\right)(n \to \infty).$$

Точка $z = 0$ является трехкратным нулем функции $w(z) = \sin -z$, других нулей, расположенных на координатных осях, она не имеет.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Определим количество нулей функции $w(z)$ внутри полосы $-\frac{\pi}{2} \le Rez \le \frac{\pi}{2}$. Для этого подсчитаем изменение аргумента внутри четырехугольника $ABCD$ с вершинами, расположенных в точках $A\left(-\frac{\pi}{2},-b\right), B\left(\frac{\pi}{2},-b\right), C\left(\frac{\pi}{2},b\right), D\left(-\frac{\pi}{2},b\right)$, где b достаточное большое положительное число, затем устремим b к $+\infty$.

Заметим, что

$$u = Re\, w(z) = \sin x \times chy - x,$$
$$v = Im\, w(z) = \cos x \times shy - y\ ,$$

поэтому

$$u(A) = -chb + \frac{\pi}{2} < 0, \qquad v(A) = b > 0,$$

следовательно,

$$\arg w(A) = \pi + arctg\frac{v}{u} = \pi + arctg\frac{b}{-chb+\frac{\pi}{2}},$$

$$\lim_{b\to+\infty} \arg w(A) = \pi;$$

Аналогично имеем

$$argw(B) = 2\pi + arctg\frac{b}{chb - \frac{\pi}{2}},$$

следовательно

$$\Delta Arg\, w(z)\Big|_A^B = \pi + arctg\frac{b}{chb - \frac{\pi}{2}} - arctg\frac{b}{-chb + \frac{\pi}{2}},$$

$$\lim_{b\to+\infty} \Delta Arg\, w(z)\Big|_A^B = \pi.$$

Тогда

$$\Delta Arg\, w(z)\Big|_C^D = \Delta Arg\, w(z)\Big|_A^B,$$

поэтому

$$\lim_{b\to+\infty} \Delta Arg\, w(z)\Big|_C^D = \pi.$$

Теперь подсчитаем изменение аргумента вдоль отрезка BC. Несложно показать, что

$$\lim_{b\to+\infty} \Delta Arg\, w\Big|_B^C = 2\pi,$$

тогда

$$\Delta Arg\, w\Big|_D^A = \Delta Arg\, w\Big|_B^C,$$

поэтому

$$\lim_{b\to+\infty} \Delta Arg\, w\Big|_D^A = 2\pi.$$

Следовательно, изменение аргумента вдоль контура $ABCD$

$$\Delta_{ABCD} w(z) = 2\pi + 2\pi + 2\pi = 6\pi.$$

Поэтому в полосе $-\frac{\pi}{2} < Rez < \frac{\pi}{2}$ находится корень уравнения $w(z) = 0$

$$N = \frac{6\pi}{2\pi} = 3\ .$$

Теперь найдем приращения аргумента функции внутри полосы

Для этого подсчитаем изменение аргумента функции $w(z)$ вдоль контура четырехугольника $ABCD$ с вершинами, расположенных в точках $A(2n\pi,-b), B\left(2n\pi+\frac{\pi}{2},-b\right),$ $C\left(2n\pi+\frac{\pi}{2},b\right), D(2n\pi,b),$ где $b>0$ достаточно большое положительное число.

Вдоль отрезка BC имеем: $x=2n\pi+\frac{\pi}{2}, -b\le y\le b,$ поэтому $\lim\limits_{b\to+\infty}\Delta Arg\,w(z)\Big|_B^C=2\pi.$

Вдоль отрезка AB имеем

$$\lim_{b\to+\infty}\Delta Arg\,w(z)\Big|_A^B=0-\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2};$$

Вдоль CD имеем

$$\lim_{b\to+\infty}\Delta Arg\,w(z)\Big|_C^D=\lim_{b\to+\infty}\Delta Arg\,w(z)\Big|_A^B=\frac{\pi}{2}.$$

Вдоль отрезка DA имеем

$$\lim_{b\to+\infty}\Delta Arg\,w(z)\Big|_D^A=\pi$$

Таким образом, вдоль контура четырехугольника $ABCD$ имеем

$$\Delta_{ABCD}Arg\,w(z)=2\pi+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}+\pi=4\pi.$$

Следовательно, внутри полосы количество нулей функции w(z) равно $N=4\pi|2\pi=2.$

ЛИТЕРАТУРА

1 Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. – Киев: Наукова думка, 1977. – 331 с.

2 Смирнов М.М. Задачи и упражнения по математической физике. – М.: Наука, 1968. – 112 с.

3 Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.Н. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1982. – 488 с.

REFERENCES

1 Marchenko V.A. Operatory Shturma-Liuvillja i ih prilozhenija. Kiev: Naukova dumka, 1977. 331 s.

2 Smirnov M.M. Zadachi i uprazhnenija po matematicheskoj fizike. M.: Nauka, 1968. 112 s.

3 Sidorov Ju.V., Fedorjuk M.V., Shabunin M.N. Lekcij po teorij funkcij kompleksnogo peremennogo. M.: Nauka, 1982. 488 s.

Резюме

А. Ш. Шалданбаев, И. О. Оразов

(М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан Республикасы)

БІР ТРАНЦЕНДЕНТТІ ФУНКЦИЯДАҒЫ НӨЛДЕРДІҢ ОРНАЛАСУ ТӘРТІБІ ТУРАЛЫ

Бұл еңбекте транцендентті $w(z)=\sin -z$ функциясының нөлдерінің орналасу тәртібі толық зерттелген.

Тірек сөздер: транцендենттік функция, нөлдердің орналасуы.

Summary

A. Sh. Shaldanbayev, I. O. Orazov

(M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Republic of Kazakhstan)

ON THE DISTRIBUTION OF ZEROS OF A TRANSCENDENT FUNCTION

In this work distribution of zero trantsendentny functions $w(z)=\sin -z$ is studied.

Keywords: trantsendentny functions, distribution of zeroes.

Поступила 15.10.2013г.

УДК 517.9

И. О. ОРАЗОВ, А. Ш. ШАЛДАНБАЕВ

(Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Республика Казахстан)

ОБ ОДНОМ КРИТЕРИИ САМОСОПРЯЖЕННОСТИ ОПЕРАТОРА ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ

Аннотация. В настоящей работе установлен критерии самосопряжености обратимого оператора Штурма-Лиувилля.

Ключевые слова: критерий, самосопряженность, обратимый оператор.
Тірек сөздер: критерий, жалқылық, қайтымды оператор.
Keywords: criterion, self conjugacy, irreversible operator.

Рассмотрим в пространстве $H = L^2(0,1)$ оператор Штурма-Лиувилля L, порожденного дифференциальным выражением

$$ly = y''(x); \quad x \in (0,1) \tag{1}$$

и двумя ($i = 1,2$) линейно независимыми краевыми условиями

$$U_i[y] = a_{i1}y(0) + a_{i2}y'(0) + a_{i3}y(1) + a_{i4}y'(1) = 0 \quad (i = 1,2), \tag{2}$$

где $y(x) \in C^2(0,1) \cap C^1[0,1]$, $\quad a_{ij} (i = 1,2; j = 1,2,3,4)$ – произвольные комплексные постоянные.

Число λ называется собственным значением оператора L, если в области определения $D(L)$ оператора L существует функция $y \neq 0$ такая, что

$$Ly = \lambda y. \tag{3}$$

Эта функция y называется собственной функцией оператора L, соответствующей собственному значению λ.

Пусть $l(y)$ и

$$U_1(y) = 0, \qquad U_2(y) = 0 \tag{4}$$

– дифференциальное выражение и краевые условия порождающие оператор L. Так как собственная функция y должна принадлежать области определения оператора L, то она должна удовлетворять условиям (4). Кроме того,

$$Ly = l(y),$$

следовательно, из (3) имеем

$$l(y) = \lambda y. \tag{5}$$

Таким образом, собственные значения оператора L, суть те значения параметра λ, при которых однородная краевая задача

$$l(y) = \lambda y, \qquad U_i(y) = 0, \qquad (i = 1,2) \tag{6}$$

имеет нетривиальные решения; эти нетривиальные решения являются соответствующими собственными функциями [1, с. 24].

Оператор L называется самосопряженным, если $\forall y \in D(L)$ имеет место равенство [1, с. 22].

$$(Ly, z) = (y, Lz), \tag{7}$$

где (.,.) – скалярное произведение пространства $L^2(0,1)$, т.е. $\forall f, g \in L^2(0,1)$

$$(f, g) = \int_0^1 f - \bar{g}\, dx.$$

$$D(L) = \{y(x) \in C^2(0,1) \cap C^1[0,1]: \ U_i(y) = 0, \qquad (i = 1,2)\}. \tag{8}$$

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. Если оператор L обратим, т.е. существует обратный оператор L^{-1}, то при каких условиях на коэффиценты a_{ij} ($i = 1,2$; $j = 1,2,3,4$) он является самосопряженным, т.е. при каких условиях на a_{ij} имеет место формула

$$(Ly, z) = (y, Lz), \tag{7}$$

для всех $y, z \in D(L)$.

Основная идея этой работы такова. Оператор Штурма-Лиувилля плотно определен в пространстве $L^2(0,1)$, поэтому существует сопряженный оператор [2, с. 129]. Мы предполагаем, что существует обратный оператор L^{-1}, который определен на всем пространстве H и ограничен, то $(L^*)^{-1}$ существует, определен на всем H и ограничен. При этом

$$(L^*)^{-1} = (L^{-1})^*.$$

Поэтому мы сначала построим обратный оператор L^{-1}, затем, переходя к сопряжению, находим оператор $(L^*)^{-1}$ по вышеуказанной формуле. Далее, используя методику работы [2, с. 145-148], найдем граничные условия сопряженного оператора L^*. По этим формулам найдем граничные условия второго сопряженного оператора L^{**}. Поскольку $\overline{L} = L^{**}$, то $L \subset \overline{L} = L^{**}$, т.е. на гладких функциях операторы L и L^{**} совпадают.Следовательно, если оператор L самосопряжен, т.е. $L^* = L$, то $L^{**} = L^*$, по крайней мере, на плотном многообразии в H. Сравнивая граничные условия операторов L^{**} и L^*, получим основной результат настоящей работы. Технические сложности, возникающие при этом, преоделеваются с помощью леммы 2.

Наши результаты отличаются от ранее известных результатов Айнса Э. Л. [5, с. 293] и Левинсона Н. [6, с. 323] как по форме, так и по методам его получения.

Автор благодарит профессора Садыбекова М.А за стимулирющие беседы и обсуждения.

2. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ

ЛЕММА 1. Если функция экспоненциального типа $f(z)$ [4, с. 42] не имеет нулей на всей комплексной плоскости, то

$$f(z) = e^{az+b},$$

где a, b – некоторые комплексные числа [3, с. 31].

ЛЕММА 2. Если

$$\Delta_{ij} = a_{1i}a_{2j} - a_{1j}a_{2i} (i, j = 1,2,3,4),$$

где a_{ij} ($i = 1,2$; $j = 1,2,3,4$) – комплексные числа, то имеет место формула

$$\Delta_{13} \times \Delta_{24} + \Delta_{14} \times \Delta_{32} - \Delta_{12} \times \Delta_{34} = 0, \tag{9}$$

которая является следствием леммы 1.

ЛЕММА 3. Если

$$\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34} \neq 0, \tag{10}$$

то оператор сопряженный к оператору L имеет следующий вид

$$L^{\dagger}{}_{*}\, z = -z^{\uparrow *}(x);\ x \in (0,1)$$

$$\begin{cases} U_1^*(z) = \overline{\Delta}_{13} z(0) - (\overline{\Delta}_{32} + \overline{\Delta}_{34}) z'(0) - \overline{\Delta}_{13} z(1) - (\overline{\Delta}_{12} + \overline{\Delta}_{14}) \times z'(1) = 0 \\ U_2^*(z) = (\overline{\Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{34}}) z(0) - (\overline{\Delta_{32} + \Delta_{42}}) z'(0) + (\overline{\Delta}_{12} + \overline{\Delta}_{32}) z(1) - (\overline{\Delta}_{12} + \overline{\Delta}_{24}) z'(1) = 0 \end{cases} \tag{11}$$

где $\Delta_{ij} = a_{1i}a_{2j} - a_{1j}a_{2i} (i, j = 1,2,3,4)$.

3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ТЕОРЕМА 1. Если

$$\Delta_{12} + \Delta_{13} + \Delta_{14} + \Delta_{32} + \Delta_{34} \neq 0,$$

где $\Delta_{ij} = a_{1i}a_{2j} - a_{1j}a_{2i} (i, j = 1,2,3,4)$, то оператор Штурма-Лиувилля (1)–(2) самосопряжен тогда и только тогда, когда

1) $\overline{\Delta}_{12} = k\Delta_{34}$; 2) $\overline{\Delta}_{13} = k\Delta_{13}$; 3) $\overline{\Delta}_{14} = k\Delta_{14}$; 4) $\overline{\Delta}_{32} = k\Delta_{32}$; 5) $\overline{\Delta}_{24} = k\Delta_{24}$; 6) $\overline{\Delta}_{34} = k\Delta_{12}$,

где $k \neq 0$ и $|k| = 1$, т.е. некоторое комплексное чило, отличное от нуля и лежащая на единичной окружности.

ЛИТЕРАТУРА

1 Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. – М.: Наука, 1969. – 528 с.

2 Садыбеков М.А. Элементы теорий линейных дифференциальных операторов. – Шымкент, 2007. – 165 с.

3 Кальменов Т.Ш., Шалданбаев А.Ш. О структуре спектра краевой задачи Штурма-Лиувилля на конечном отрезке времени // Известия АН РК. Серия физ.-мат. – 2000. – № 3. – С. 29-34.
4 Леонтьев А.Ф. Целые функции. Ряды экспонент. – М.: Наука, 1983. – 176 с.
5 Айнс Э.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Харьков, 1939. – 717 с.
6 Коддингтон Э.Л., Левинсон Н. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: ИЛ, 1958. – 474 с.

REFERENCES

1 Najmark M.A. Linejnye differencial'nye operatory. M.: Nauka, 1969. 528 s.
2 Sadybekov M.A. Jelementy teorij linejnyh differencial'nyh operatorov. Shymkent, 2007. 165 s.
3 Kal'menov T.Sh., Shaldanbaev A.Sh. O strukture spektra kraevoj zadachi Shturma-Liuvillja na konechnom otrezke vremeni. Izvestija AN RK. Serija fiz.-mat. 2000. № 3. S. 29-34.
4 Leont'ev A.F. Celye funkcij. Rjady jeksponent. M.: Nauka, 1983. 176 s.
5 Ajns Je.L. Obyknovennye differencial'nye uravnenija. Har'kov, 1939. 717 s.
6 Koddington Je.L., Levinson N. Obyknovennye differencial'nye uravnenija. M.: IL, 1958. 474 s.

Резюме

А. Ш. Шалданбаев, И. О. Оразов

(М. О. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан мемлекеттік университеті, Шымкент, Қазақстан Республикасы)

ШТУРМ-ЛИУВИЛЛ ОПЕРАТОРЫ ЖАЛҚЫЛЫҒЫНЫҢ БІР КРИТЕРИЙІ ТУРАЛЫ

Бұл еңбекте Штурм-Лиувилл операторының жалқылығының үзілді-кесілді шарттары табылдған.
Тірек сөздер: критерий, жалқылық, қайтымды оператор.

Summary

I. O. Orazov, A. Sh. Shaldanbayev

(M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Republic of Kazakhstan)

ON A CRITERION OF SELF-ADJOINT STURM-LIOUVILLE

In the real work it is established criteria of self-conjugacy of the reversible operator of Storm Liouville.
Keywords: criterion, self conjugacy, irreversible operator.

Поступила 15.10.2013г.

УДК 510.67

G. S. ABİLOVA, F. K. MUKANTAYEVA, V. V. VERBOVSKİY

(Suleyman Demirel University, Kaskelen, Republic of Kazakhstan)

SOME PROPERTIES OF FUNCTIONS DEFINABLE ON PARTIALLY ORDERED WEAKLY O-MINIMAL STRUCTURES

Abstract. The article surveys some topics related to o-minimality. A partially ordered structure is called weakly o-minimal if any definable subset is a finite union of convex sets. We consider some properties of functions definable on partially ordered weakly o-minimal structures. We show that there is no infinite interval such that each point of this interval is a point of a local minimum (maximum).
Keywords: partially ordered, o-minimality, definable functions, convex sets, local minimum (maximum).
Тірек сөздер: жартылай реттелген, о-минимальділігі, функция қолданушы, айқын жиынтық, локальды минимум (максимум).
Ключевые слова: частично упорядоченное, о-минимальности, пользователем функций, выпуклых множеств, локальный минимум (максимум).

In [1] van den Dries considered o-minimal expansions of the ordered field of reals. Later in [2–4] Anand Pillay and Charles Steinhorn introduced a general notion of o-minimality. After that Max

Dickmann in [5] considered an example of a weakly o-minimal structure. And then Dugald Macpherson, David Marker, and Charles Steinhorn in [6] developed a theory of weakly o-minimal structures. Here we consider some generalization of this notion to partially ordered structures and investigates some properties of definable unary functions.

Recall that is subset A of a partially ordered structure M is called *convex* if for any two element a_1 and a_2 of A and any element b of M the condition $a_1 < b < a_2$ implies that b is an element of A. A maximal convex subset of A is called a *convex component* of A.

Definition (K. Kudaybergenov) A partially ordered structure is called *weakly o-minimal* if any definable subset is a finite union of convex sets.

Let $(M, <, f, \ldots)$ be a ordered set, and $(N, <)$ a totally ordered set, where $f\colon M \to N$ and the full induced structure on M is weakly o-minimal. That is if A is a definable subset of $M^n \times N^k$ in the structure $(M \cup N, <, f, \ldots)$ then the projection of A on M^n is definable in the full induced $(M, <, f, \ldots)$.

We define the following formulae:

$$\varphi_>(x, a) = (f(x) > f(a))$$
$$\varphi_<(x, a) = (f(x) < f(a))$$
$$\varphi_=(x, a) = (f(x) = f(a))$$

The intersection of $\varphi_>(M, a)$ with the interval (a, ∞) is definable, so there is a minimal convex components, because the number of convex components is finite. The same we can say for the intersections of $\varphi_<(M, a)$ and $\varphi_=(M, a)$ with the interval (a, ∞).

Note that the finitely many convex components of these three formulae have a as the left boundary point.

Definition. We say that a point a is of the type (k, m, n) from the right if there exist k convex components of $\varphi_>(M, a)$ with the left boundary point a, there are m convex components of $\varphi_<(M, a)$ with the left boundary point a and there are n convex components of $\varphi_=(M, a)$ with the left boundary point a.

Note, that similar things can be done for the intersections of these three formulae with the interval $(-\infty, a)$.

It is an simple exercise to write formulae $\Psi_{k,m,n}(x)$ and $\Theta_{k,m,n}(x)$ which express the fact that x is of the type (k, m, n) from the right and of the type (k, m, n) from the left, correspondingly.

Let $F_{h,i,j,k,m,n}(x)$ be the conjunction of $\Theta_{h,i,j}(x)$ and $\Psi_{k,m,n}(x)$.

Lemma 1 If $F_{h,i,j,k,m,n}(x)$ is true on an infinite interval and $j > 0$ or $n > 0$, then both j and k are equal to 0.

Proof. We consider only the case $j > 0$, because the other case is similar. Let $F_{h,i,j,k,m,n}(x)$ be true on (a,b). Let c belong to (a,b). Then there is d from (a,b) such that for any x from (c, d) it holds that $f(x) = f(c)$. Let e be from (d,c). Then $f(x) = f(c) = f(a) = f(e)$. Hence, $n > 0$.

Lemma 2 If $F_{0,0,j,0,0,n}(x)$ is true on an infinite interval (a,b), then the function f is constant on (a,b).

Proof is obvious.

Note that if the formula $F_{h,0,0,k,0,0}(a)$ is true, then a is a point of a local minimum. If the formula $F_{0,i,0,0,m,0}(x)$ is true, then a is a point of a local maximum.

Theorem 3 There is no infinite interval I such that each point of this interval is a point of a local minimum (maximum).

Proof. Assume the contrary, that such a function f does exist. Throughout the proof of the theorem all considered elements belong to the interval I.

Claim 1 We may assume that if $f(a) = f(b)$, then a and b are incomparable.

Proof of Claim1. Let $E(x, y)$ be defined as $f(x) = f(y)$. It is an equivalence relation. Consider $[a] = E(M, a)$. It contains no interval otherwise on this interval the formula $F_{h,i,j,k,m,n}(x)$ holds with $j > 0$ and $k > 0$.

There is a minimal convex component of the equivalence class $[a]$, because any finite partially ordered set has a minimal element, and this convex component is a point. Let $G(x) = (x$ is a minimal point of $[x])$. Note that $G(M)$ is infinite. If $G(M)$ contains no interval there is a minimal point a of $G(M)$ as its minimal convex component. Since I is open there is b from I such that $b < a$. Then any minimal element of $[b]$ is less than a, for a contradiction.

So we may assume for simplicity of notation that $G(M) = I$. Note that minimal elements of any partially ordered set are incomparable.

Notation U_a = the union of $\{ x > a : f(y) > f(x)$ for all y in $(a, x]\}$,
$\{ x < a : f(y) > f(x)$ for all y in $[x, a)\}$, and $\{a\}$.

That is the point a is a global minimum on U_a and U_a is a maximum convex set containing a with this property.

We denote a $<_U b$ iff U_a contains b, and $a \lozenge b$ iff either $a = b$ or $a <_U b$, or $a <_U b$.

Claim 2 1) U_a is a convex set.
2) if $a \neq b$, then $U_a \neq U_b$.

Proof is obvious.

Property 1 If the intersection of U_a and U_b is not empty, then either U_a is a subset of U_b or U_b is a subset of U_a, for any a, b with $a < b$.

Proof. Let the intersection of U_a and U_b be non-empty and $a < b$. Assume also that $f(a) < f(b)$. If b is in U_a then U_b is a subset of U_a.

Let b be not in U_a. Then there is d such that $a < d < b$ and $f(d) < f(a) < f(b)$. Since d is in U_b, so $U_a < d < U_b$. Then $U_a \cap U_b$ is empty, for a contradiction.

Property 2 The relation $<_U$ is a strict partial order.

Proof. Asymmetry and transitivity hold for $<_U$.

Property 3 For any chain $a_0 <_U a_1 <_U \ldots <_U a_n$ there is $a_{n+1} >_U a_n$.

Proof. Take a_{n+1} be an arbitrary element of U_b where $b = a_n$.

Property 4 Let $b <_U a$, $c <_U a$ and $b < c$. Then $b \lozenge c$.

Proof. Since $b <_U a$, $c <_U a$, then a is in $U_b \cap U_c$ and by Property 1 it holds that either U_b is a subset of U_c, or U_c is a subset of U_b.

Property 5 For any a the set $C_a = \{x : x <_U a\}$ does not contain infinite $<_U$-chain.

Proof. Assume the contrary that C_a contains an infinite chain. Then C_a contains an infinite interval J. Let d be in J and m, n is in $J \cap U_d$ be such that $m < d < n$.

By Property 4 it holds that $m \lozenge n$, say, $m <_U n$. Then n is in U_m. Since U_m is convex, so d is in U_m, that is $f(m) > f(d)$, for a contradiction.

Property 6 $<_U$ is a discrete order.

Property 7 For any a, c with $c <_U a$, there is b such that $c <_U b$ and $(a \lozenge b)$.

Proof. As b we take any element from U_c such that if $a > c$ then $b <$ c, and if $a < c$ then $b > c$.

Notation K is the set of all minimal elements respective to $<_U$
$S(a) = \{x : a <_U x$ and there is no y with $a <_U y <_U x\}$

Property 8. Sets $S(a)$, where a runs over dom f, form a definable uniform partition of (dom f) \ K.

Proof. If $S(a) \cap S(b)$ is non-empty, then it contains c such that $a <_U c$, $b <_U c$. Then either $a <_U b$ or $b <_U a$. Then either $a < b < c$ and c is not in $S(a)$, or $b < a < c$ and c is not in $S(b)$, for a contradiction.

Property 9 K contains a minimal element.

Proof. Otherwise, it contains an infinite interval I. Let b be in I, and c in $U_b \cap I$. Then $c >_U b$, for a contradiction.

Property 10 For all a it holds that $S(a)$ is a subset of U_a.

Property 11 The set $S(a)$ is finite for all a.

Proof is similar to the proof of Property 9.

By partition K, $S(a)$, a runs over dom f, we construct an equivalence relation $E(x, y)$. Observe that each E-class contains a minimal element with respect to $<_U$. Properties 9 and 11 imply that E is an infinite equivalence with finite classes.

Let X consist of minimal elements of E-classes with respect to $<$. Then X is infinite. Let U be a maximal convex component of X. Let a be in U. By properties 7 and 3 there is $b <_U a$ such that b is not in X, $b>a$.

Let c be in U_b with $c>b$. Since $S(c)$ is not empty, it contains some d from X by property 3 and S(c) > b by Property 10. Then $d > b > a$, both a and d belong to X, and b does not belong to X, for a contradiction.

The theorem is proved.

REFERENCES

1 L. van den Dries, “O-minimal structures”, Logic: from foundations to applications (Staffordshire, 1993), edited by W. Hodges et al., Oxford Univ. Press, New York, 1996, pp. 137-185.

2 Pillay A., Steinhorn C., "Definable sets in ordered structures, I", Trans. Amer. Math. Soc. 295:2 (1986), 565-592.
3 Knight J.F., Pillay A., Steinhorn C., "Definable sets in ordered structures, II", Trans. Amer. Math. Soc. 295:2 (1986), 593-605.
4 Pillay A., Steinhorn Ch., "Definable sets in ordered structures, III", Trans. Amer. Math. Soc. 309:2 (1988), 469-476.
5 Dickmann M.A., "Elimination of quantifiers for ordered valuation rings", Proceedings of the third Easter conference on model theory (Gross Koris, 1985), Fachbereich Mathematik, Humboldt Univ. Berlin, 1985, pp. 64-88.
6 Macpherson D., Marker D., Steinhorn Ch., "Weakly o-minimal structures and real closed fields," Transactions of the American Mathematical Society, vol. 352 (2000), pp. 5435-83.

Резюме

Г. С. Әбілова, Ф. К. Мұқантаева, В. В. Вербовский

(Сүлеймен Демирел атындағы университет, Қаскелен, Қазақстан Республикасы)

ЖАРТЫЛАЙ РЕТТЕЛГЕН ӘЛСІЗ О-МИНИМАЛЬДІ ҚҰРЫЛЫМДАРДА АНЫҚТАЛҒАН ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ КЕЙБІР ҚАСИЕТТЕРІ

Мақалада о-минимальділіктің кейбір жалпы қорытындылары қарастырылған. Біз жартылай реттелген әлсіз о-минимальді құрылымдарда анықталған кейбір функциялардың қасиетін қарастырамыз. Біз интервалдың әрбір нүктесі локальды минимум (максимум) нүктесі болатын шексіз интервалдың жоқ екенін көрсетеміз.

Тірек сөздер: жартылай реттелген, о-минимальділігі, функция қолданушы, айқын жиынтық, локальды минимум (максимум).

Резюме

Г. С. Абилова, Ф. К. Мукантаева, В. В. Вербовский

(Университет им. Сулеймана Демиреля, Каскелен, Республика Казахстан)

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ, ОПРЕДЕЛИМЫХ НА ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННЫХ СЛАБО О-МИНИМАЛЬНЫХ СТРУКТУРАХ

В статье рассматривается некоторое обобщение о-минимальности. Мы рассматриваем некоторые свойства функций, определимых в частично упорядоченных слабо о-минимальных структурах. Мы показываем, что не существует бесконечного интервала, такого что каждая точка этого интервала есть точка локального минимума (максимума).

Ключевые слова: частично упорядоченное, о-минимальности, пользователем функций, выпуклых множеств, локальный минимум (максимум).

Поступила 15.10.2013г.

УДК 532.536

А.Д.АЛЕХИН[1], Б.Ж.АБДИКАРИМОВ[2], Ю.Л.ОСТАПЧУК[1], Е.Г.РУДНИКОВ[1], А.В.ВОЙТЕШЕНКО[1]
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина[1]
Кызылординский государственный университет имени Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан[2]

КОНЦЕНТРАЦИОННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВЯЗКОСТИ РАСТВОРА ИЗОМАСЛЯНАЯ КИСЛОТА-ВОДА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ФАЗ И КРИТИЧЕСКОЙ ИЗОТЕРМЕ

Аннотация

В работе на основе экспериментальных данных для сдвиговой вязкости двойного раствора изомасляная кислота-вода вблизи критической температуры расслоения исследованы концентрационные зависимости вязкости вдоль термодинамических направлений границы раздела фаз и критической изотермы. Показано, что величины критических показателей, описывающих концентрационные зависимости флуктуационных частей вязкости для этих термодинамических направлений одинаковы и согласуются с результатами флуктуационной теории фазовых переходов; амплитуда концентрационной зависимости величины сдвиговой вязкости для границы раздела фаз больше соответствующей амплитуды для критической изотермы.

Ключевые слова: критическая точка, уравнение критической вязкости, кривая сосуществования, критическая изотерма.

Тірек сөздер: сындық нүкте, сындық тұтқырлықтың теңдеуі, бірге жасау қисығы, сындық изотерма.

Keywords: critical point, equation of critical viscosity, coexistence curve, critical isotherm.

Экспериментальные и теоретические исследования свойств индивидуальных веществ и двойных растворов в окрестности критической точки, особенно кинетических свойств вещества, являются актуальной задачей физики конденсированного состояния вещества. Это связано с активным практическим использованием уникальных свойств вещества в критическом состоянии в новейших технологиях.

Понимание этих процессов, которые происходят в критических средах, чрезвычайно важно для наиболее эффективного выбора технологических параметров в промышленных процессах. Это определяет актуальность, научную и практическую значимость изучения вязкости двойных растворов в окрестности КТ.

В работе методом капиллярного вискозиметра были проведены комплексные исследования особенностей поведения сдвиговой вязкости в двойном растворе изомасляная кислота-вода в широком диапазоне температур вблизи критической температуры расслоения для различных массовых концентраций раствора ($c_{m1} = 20\%$, $c_{m2} = 24\%$, $c_{m3} = 29\%$, $c_{m4} = 33\%$, $c_{m5} = 38\%$, $c_{m6} = 39\%$, $c_{m7} = 45\%$, $c_{m8} = 52\%$, $c_{m9} = 58\%$). На рис. 1 показаны полученные данные вязкости $\eta(T,c)$ исследуемого двойного раствора вдоль различных термодинамических критических направлений: границы раздела фаз (I), критической изотермы (II), критической изоконцентраты (III).

Анализ этих данных показал, что при критических значениях концентрации $c_m = c_{mк}$ и температуры $T = T_к$, вязкость принимает конечное значение. Этот результат подтверждается анализом многих экспериментальных данных температурного поведения вязкости различных растворов вблизи критической температуры расслоения [i, ii, iii, iv, v, vi]. В связи с этим полученные нами экспериментальные данные (рис. 1) были проанализированы с помощью уравнения для критической вязкости [i, iii], учитывающего пространственную дисперсию системы.

$$\eta(T) = \eta_r(T) + \eta_f(T) = A\exp\frac{B}{T} + \frac{CR_c(T,c)}{\left[1 + (q \cdot R_c(T,c))^2\right]^{1/2}} \quad (1)$$

здесь $\eta_r = A \exp B/T$ - регулярная часть вязкости, в которой не учтены флуктуации параметра порядка в системе; $\eta_f(t, \Delta c)$ – флуктуационная часть вязкости. Радиус корреляции вдоль направления границы раздела фаз и критической изотермы соответственно имеет вид: $R_{c1}(t) = r_1 \cdot t^{-\nu}$, $R_{c2}(c) = r_2 \cdot \Delta c^{-\delta\xi}$; $t = (T - T_\kappa)/T_\kappa$, $\Delta c = (c - c_\kappa)/c_\kappa$. Форма флуктуационной части вязкости (1) обеспечивает конечную вязкость системы $\eta_\kappa(t = 0, c = 0) = C/q$ в критическом состоянии при $qR_c \Rightarrow \infty$.

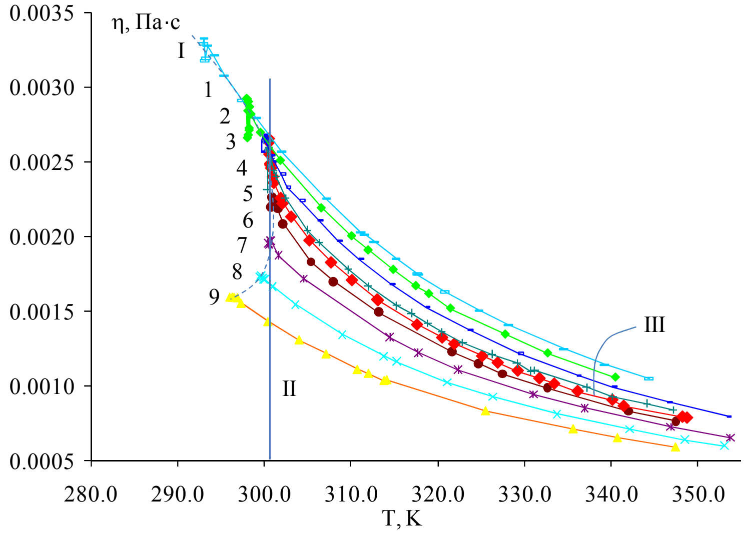

Рис. 1 Вязкость раствора изомасляная кислота-вода в широком диапазоне температур вблизи критической температуры расслоения для различных концентраций раствора

Из полученных экспериментальных данных поведения вязкости $\eta(T,c)$ (рис. 1) по формуле $\eta_r(T,c) = A(T,c)\exp B(T,c)/T$ рассчитана регулярная часть вязкости. Для поиска величины η_r вязкости была использована температурная зависимость вязкости $\eta(T)$ при температурах, далеких от критической температуры ($\Delta T = T - T_\kappa$ ≥ 10 К). При этих температурах были определены величины параметров $A(T,c)$ и $B(T\ c)$ регулярной части вязкости η_r для всех исследованных температур и концентраций раствора.

На основе этих экспериментальных данных $\eta(T,c)$ (рис. 1) и проведенных расчетов $\eta_r(T,c)$ на рис. 2 показано поведение величины полной вязкости и ее регулярной части от концентрации на границе раздела фаз.

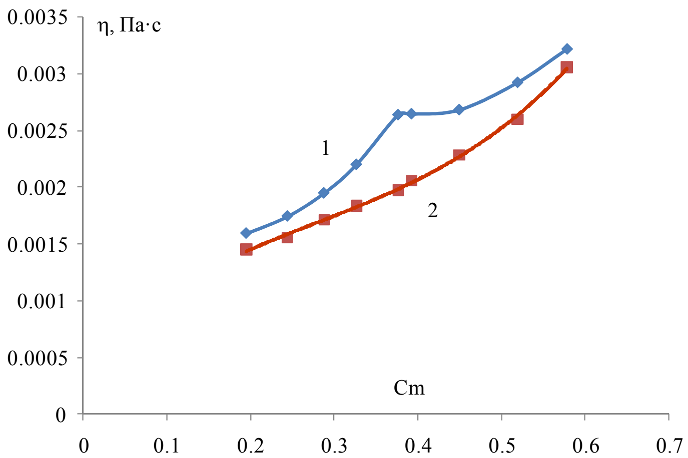

Рис. 2 Зависимость полной вязкости (1) и регулярной части вязкости (2) от концентрации на границе раздела фаз

На основе этих данных рис. 2 в работе была проанализирована зависимость флуктуационной части вязкости $\eta_f = \eta - \eta_r$ от концентрации на границе раздела фаз (рис. 2). Эти данные показаны на рис. 3а.

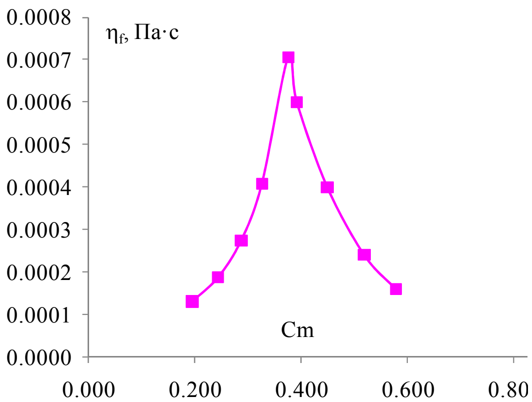

Рис. 3а. Зависимость флуктуационной части вязкости от концентрации на границе раздела фаз

Концентрационное поведение обратных значений флуктуационной части вязкости $\eta_f^{-1}(c,t)$ показано на рис. 3б.

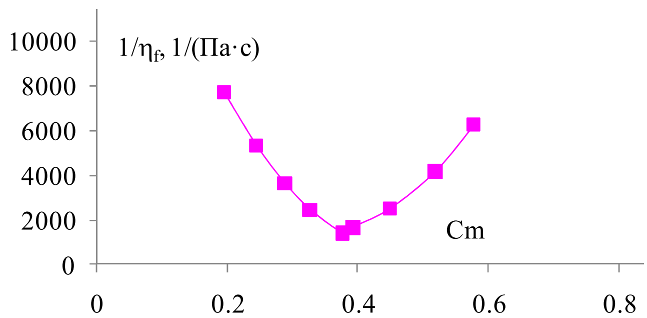

Рис. 3б. Зависимость обратного значения флуктуационной части вязкости от концентрации на границе раздела фаз

Как видно из рис. 3б, при приближении к критической концентрации *($\Delta c \to 0$)* и критической температуре ($t \to 0$) обратная величина $\eta_f^{-1}(\Delta c \to 0, t \to 0)$ стремится к постоянному значению $\eta_f^{-1}(\Delta c \to 0, t \to 0) = \eta_{f\,к}^{-1} = q / C$ (1). Этот результат свидетельствует о том, что вязкость раствора в критическом состоянии является конечной величиной.

Для количественного анализа поведения флуктуационной части вязкости на границе раздела фаз была исследована концентрационная зависимость разности величин $\Delta\eta_f^{-1} = \eta_f^{-1} - \eta_{fk}^{-1} = \eta_f^{-1} - q / C$. В дальнейшем эта разность описывалась степенным соотношением в соответствии с скейлинговыми представлениями [vii, viii] о поведении флуктуационной части вязкости $\eta_f(\Delta c)$ в близкой окрестности КТ в виде:

$$\Delta\eta^{-1}(\Delta c) = 1/\eta_f - 1/\eta_{fk} = N_1 (c - c_k)^{\nu/\beta} = N_1 (\Delta c)^{n_1} \qquad (2)$$

Для нахождения величины этого показателя n_1 в двойном логарифмическом масштабе была построена зависимость (2). Эти данные показаны на рис. 4.

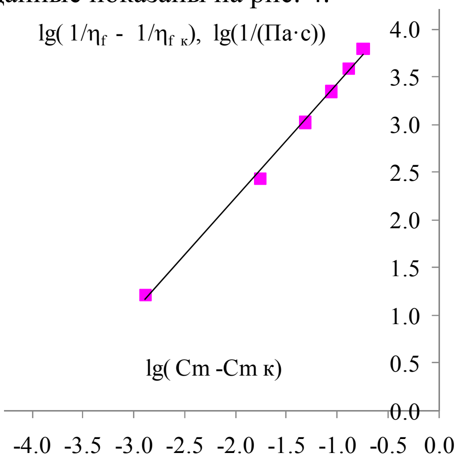

Рис. 4. Логарифм обратного значения флуктуационной части вязкости на границе раздела фаз

На основе этих данных было получено, что величина показателя для границы раздела фаз n_1 в формуле (2) равна $n_1 \approx 1{,}9$.

Это значение $n_1 = \nu/\beta \approx 1{,}9$ согласуется с величинами критических показателей ФТФП [vii,viii] $\nu = 0{,}636$, $\beta = 0{,}337$. Был также найден коэффициент $N_1 = 145\,000$ *(Па·с)*$^{-1}$ для границы раздела фаз.

Полученные результаты подтверждают вид флуктуационной части вязкости, предложенный ранее в [i, iii].

Наряду с представленной выше информацией о поведении флуктуационной части вязкости для кривой сосуществования, на основе проведенных экспериментальных исследований (рис. 1) аналогичный анализ был проведен еще для одного термодинамического направлении - критической изотермы $T_к$=300,6*К*. На рис. 5а представлена концентрационная зависимость флуктуационной части вязкости $\eta_f(\Delta c = c - c_к)$ для различных массовых концентраций вдоль термодинамического направления критической изотермы $T = T_к$.

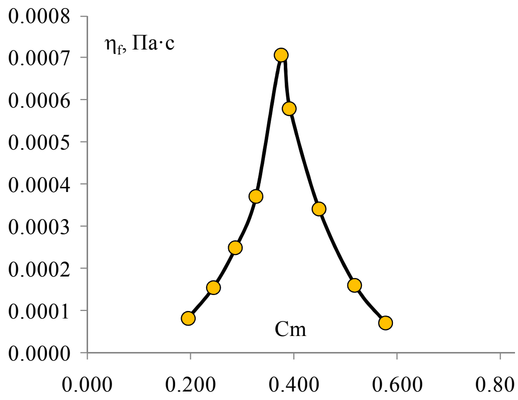

Рис. 5а Концентрационная зависимость флуктуационной части вязкости на критической изотерме $T_к$ раствора изомасляная кислота-вода.

Анализ этих данных (рис. 5а) проводился аналогично представленному выше анализу данных для кривой сосуществования (рис. 3, 4). На рис. 5б показана концентрационная зависимость обратного значения флуктуационной части вязкости $\eta_f^{-1}(\Delta c)$ вдоль критической изотермы $T=T_к$.

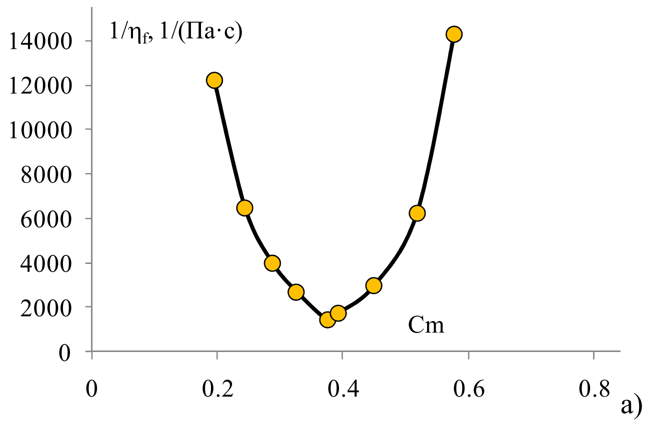

Рис. 5б Обратное значение флуктуационной части вязкости на критической изотерме $T=T_к$

Из рис. 5б, как и раньше (рис. 3б) следует, что вдоль направления критической изотермы при концентрации $\Delta c \to 0\left(c \to c_k\right)$ величина $\eta_{fк}^{-1}$ принимает конечное значение $\eta_f^{-1}(t=0)=\eta_{fк}^{-1}=q/C$. Для количественного анализа поведения флуктуационной части вязкости $\eta_f(c)$ (рис. 5) были построены в двойном логарифмическом масштабе обратные значения флуктуационной части вязкости на критической изотерме (рис. 6)

$$\Delta\eta^{-1}(\Delta c)=1/\eta_f - 1/\eta_{fk} = N_2\left(c-c_к\right)^{\delta\xi} = N_2\left(\Delta c\right)^{n_2} \qquad (3)$$

Из этих данных вдоль направления критической изотермы была получена величина показателя $n_2 \approx 1{,}9$. Оказалось, что она согласуется со значением величин критических показателей (3) ФТФП [vii,viii] *(ξ = 0,405; δ= 4,63,* $n_2=\xi\delta\approx 1{,}9$*)*. Согласно ФТФП $\nu/\beta=\xi\delta$, поэтому $n_1=n_2$. Найден коэффициент N_2 *= 250 000 (Па·с)*$^{-1}$ уравнения критической изотермы.

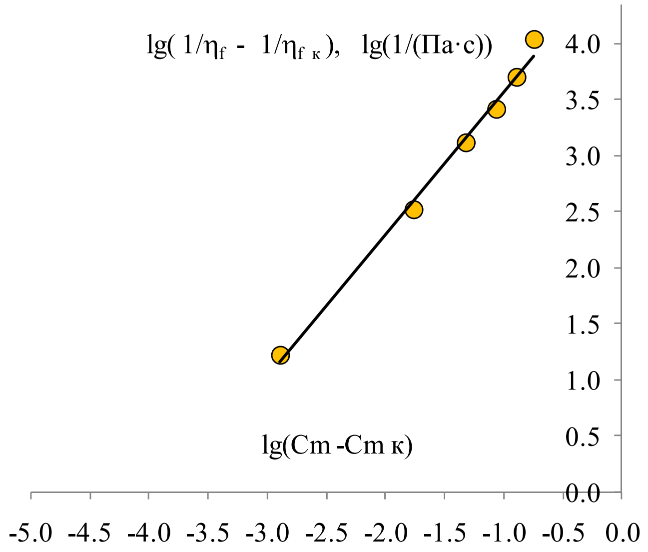

Рис. 6. Логарифм обратного значения флуктуационной части вязкости на критической изотерме $T_к$

Было проведено сравнение зависимостей флуктуационной части вязкости от концентрации на границе раздела фаз и на крической изотерме. Как следует из полученных результатов, концентрационная зависимость флуктуационной части вязкости на границе раздела фаз и критической изотерме описывается степенными законами с одинаковыми критическими показателями, но с разными амплитудами.

Было получено, что амплитуда концентрационной зависимости обратного значения сдвиговой вязкости для границы раздела фаз N_1 меньше амплитуды на критической изотерме N_2.

Выводы:

1. Впервые одновременно исследованы и проанализированы концентрационные зависимости вязкости двойного раствора изомасляная кислота - вода вдоль двух термодинамических направлений: границы раздела фаз и критической изотермы.
2. Рассчитаны критические показатели и амплитуды степенных законов для концентрационных зависимостей флуктуационной части вязкости раствора вдоль предельных критических направлений границы раздела фаз и критической изотермы. Полученные величины критических показателей для этих термодинамических направлений одинаковы и согласуются с результатами флуктуационной теории фазовых переходов.
3. Сопоставление амплитуд концентрационных зависимостей флуктуационной части вязкости раствора на кривой сосуществования и критической изотерме показало, что амплитуда концентрационной зависимости значения сдвиговой вязкости для границы раздела фаз N_1^{-1} больше соответствующей амплитуды для критической изотермы N_2^{-1}.

ЛИТЕРАТУРА

1 Alekhin A.D. Equations of Critical Viscosity and Limits of their Application // Ukr. J. Phys. 2004, Vol. 49, N 2, p.138-140.

2 Alekhin A.D., Sperkach V.S., Abdikarimov B.Zh., Bilous O.I. Viscosity of Liquid Crystal Pentylcyanbiphenyl Close to the Point of the Nematic - Dielectric Liquid Phase Transition // Ukr. J. Phys. 2000, Vol. 45, N 9, p.1067-1069.

3 Alekhin A.D., Bilous O.I. Behavior of the Viscosity of Liquid Systems near the Critical Temperature of Stratification // Ukr. J. Phys. 2007, Vol. 52, N 8, p.793-797.

4 Plevachuk Yu., Sklyarchuk V., Alekhin O., Bulavin L. Viscosity of liquid In-Se-Tl alloys in the miscibility gap region //Journal of Alloys and Coumpounds.– 2008.– V. 452.– P. 174-177.

5 A.Oleinikova, L.Bulavin, V.Pipich, International Journal of Thermophysics 20(3), 870 (1999).

6 Wagner M., Stanga O., Schroer W., Phys. Chem. Chem. Phys. 4, 5300 (2002)

7 Паташинский А.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. - М.: Наука, 1982. – 381 с.

8 Стенли Г. Фазовые переходы и критические явления: Пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 419 с.

А.Д.АЛЕХИН, Б.Ж.ӘБДІКӘРІМОВ, Ю.Л.ОСТАПЧУК, Е.Г.РУДНИКОВ, А.В.ВОЙТЕШЕНКО

ФАЗАЛАР БӨЛІГІ ШЕКАРАСЫ МЕН СЫНДЫҚ ИЗОТЕРМАДАҒЫ ИЗОМАЙ ҚЫШҚЫЛЫ-СУ ЕРІТІНДІСІ ТҰТҚЫРЛЫҒЫНЫҢ КОНЦЕНТРАЦИЯЛЫҚ БАЙЛАНЫСТЫЛЫҒЫ

Резюме

Жұмыста сындық температураға жақын изомай қышқылы-су ерітіндісінің ығысу тұтқырлығы үшін алынған тәжірибелік мәліметтер негізінде фазалар бөлігі шекарасы мен сындық изотерма термодинамикалық бағыттарындағы тұтқырлықтың концентрациялық байланыстылығы зерттелінген. Бұл термодинамикалық бағыттардағы тұтқырлықтың флуктуациялық бөлігінің концентрациялық байланыстылығын көрсететін сындық көрсеткіштердің шамасы бірдей екендігі көрсетілген және олар фазалық алмасудың флуктуациялық теориясы нәтижелерімен сәйкес келеді. Ығысу тұтқырлығының концентрациялық байланыстылығының фазалар бөлігі шекарасындағы амплитудасы сындық изотерма бағытындағы амплитудадан үлкен екендігі анықталды.

Тірек сөздер: сындық нүкте, сындық тұтқырлықтың теңдеуі, бірге жасау қисығы, сындық изотерма.

A.D. ALEKHIN, B.ZH. ABDIKARIMOV, YU.L. OSTAPCHUK, YE.G. RUDNIKOV, A.V. VOYTESHENKO

CONCENTRATION DEPENDENCE OF VISCOSITY OF ISOBUTYRIC ACID - WATER SOLUTION ALONG PHASE INTERFACE AND CRITICAL ISOTHERM

Summary

The concentration dependences of the viscosity along the thermodynamic directions of phase interface and critical isotherm have been investigated in the work based on the experimental data for the shear viscosity of the isobutyric acid - water binary solution near the critical consolute temperature. It has been shown that the critical indices, which describe the concentration dependence of the fluctuation parts of viscosity for these thermodynamic directions, have same values. They correspond to the results of the fluctuation theory of phase transitions. It has been obtained that the amplitude of the concentration dependence of the shear viscosity along the phase interface is greater than the corresponding amplitude along the critical isotherm.

Keywords: critical point, equation of critical viscosity, coexistence curve, critical isotherm.

УДК 539.3(043.3

А.Ж.СЕЙТМУРАТОВ[1], ХУ ВЕН-ЦЕН[2]
доктор физ.-мат. наук, Кызылординский государственный университет имени Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан[1]
доктор технических наук, доцент, Южно-Казахстанский государственный университет имени М.Ауезова Шымкент, Казахстан[2]

ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ ПРОСТОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ТИПА, РАСПРОСТРАНЯЮЩИЕСЯ ПО ПОВЕРХНОСТИ СЛОИСТОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ

Аннотация

В статье рассматривается класс плоских задач о воздействии подвижных нагрузок на поверхность слоистой упругой полуплоскости. Задачи данного класса представляют большой прикладной интерес и, кроме того, могут служить эталоном для разработки тех или иных численных алгоритмов для решения динамических задач.

Ключевые слова: слоисто упругой, деформация, гармонические плоские волны, волны Релея
Тірек сөздер: қатпарлы серпімді, деформация, гармоникалық жазық толқындар, Релей толқындары
Keywords: stratified elastic, deformation, harmonious flat waves, Riley's waves.

Среди различных периодических и непериодических движений деформируемых сред важное значение имеют плоские волны простого гармонического типа, распространяющиеся по поверхности тела или полуплоскости, влияние которых ограничивается окрестностью этой поверхности.

Предположим, что в среде распространяется плоская гармоническая волна, т.е. потенциалы φ и ψ имеет в виде

$$\varphi(x,z,t)=\Phi_0(z)\exp[i(pt-qx)]; \qquad \psi(x,z,t)=\Psi_0(z)\exp[i(pt-qx)], \tag{1}$$

а Φ_0 и Ψ_0 удовлетворяет уравнениям

$$\Phi_0''-\left(q^2-\frac{p^2}{a^2}\right)\Phi_0=0; \qquad \Psi_0''-\left(q^2-\frac{p^2}{b^2}\right)\Psi_0=0. \tag{2}$$

Рассматривая колебания, затухающие с глубиной $z\to-\infty$, должно выполняться условие

$$q^2-\frac{p^2}{a^2}>0; \qquad q^2-\frac{p^2}{b^2}>0; \tag{3}$$

Но так как скорости a и b удовлетворяют неравенству $a>b$, то достаточно выполнения вместо условий (3) одного условия

$$\frac{p}{q}<b \tag{4}$$

Следовательно, решения уравнений (2), затухающие на бесконечности $z\to-\infty$, имеют вид

$$\Phi_0(z)=A\exp\left(\sqrt{q^2-\frac{p^2}{a^2}}\cdot z\right); \qquad \Psi_0(z)=B\exp\left(\sqrt{q^2-\frac{p^2}{b^2}}\cdot z\right), \tag{5}$$

а для потенциалов φ и ψ получаем выражения

$$\varphi=A\exp\left[i(pt-qx)+\sqrt{q^2-\frac{p^2}{a^2}}z\right]; \qquad \psi=B\exp\left[i(pt-qx)+\sqrt{q^2-\frac{p^2}{b^2}}z\right], \tag{6}$$

где *A* и *B* произвольные постоянные интегрирования.

Будем считать, что граница полуплоскости $z=0$ свободна от напряжений, т.е.

$$\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = 0 \qquad (z=0) \tag{7}$$

Подставляя решения (5) в граничные условия (7), получим

$$A\left[2-\left(\frac{p}{qb}\right)^2\right]+2iB\sqrt{1-\left(\frac{p}{qb}\right)^2}=0; \qquad -2iA\sqrt{1-\left(\frac{p}{qa}\right)^2}+B\left[2-\left(\frac{p}{qb}\right)^2\right]=0. \tag{8}$$

Для того, чтобы решение задачи было не нулевое, необходимо, чтобы определитель системы (8) был отличен от нуля, т.е. чтобы выполнялось соотношение

$$\left[2-\left(\frac{p}{qb}\right)^2\right]^2-4\sqrt{1-\left(\frac{p}{qb}\right)^2}\sqrt{1-\left(\frac{p}{qa}\right)^2}=0. \tag{9}$$

Отношение (p/q) называется скоростью распространения поверхностной волны Релея. Обозначив $\xi=\left(\frac{p}{qb}\right)^2$ и введя коэффициент Пуассона ν, из соотношения (9) получим уравнение для безразмерной скорости поверхностной волны Релея $\sqrt{\xi}$:

$$\xi^3-8\xi^2+8\xi\frac{2-\nu}{1-\nu}-8\frac{1}{1-\nu}=0. \tag{10}$$

Уравнение (10) имеет единственный действительный положительный корень [3].

Если через z_1 и z_2 обозначить глубину проникновения, на которой амплитуда напряжений падает в e раз за счет продольной и поперечной волны, соответственно, то для них получим выражения

$$z_1=-\frac{l}{2\pi\sqrt{1-a^{-2}b^2\xi}}; \qquad z_2=-\frac{l}{2\pi\sqrt{1-\xi}},$$

при этом $l=\frac{1}{q}$ - длина волны. Например, при $\nu=0{,}5$ имеем

$$z_1=-\frac{l}{2\pi}; \qquad z_2\cong-\frac{l\sqrt{10}}{2\pi}.$$

Пусть по поверхности $z=0$ распространяется с постоянной скоростью D нормальная и касательная нагрузка интенсивности $-F_1(x+Dt)$ и $-F_2(x+Dt)$, т.е. при $z=0$ имеем граничные условия

$$\sigma_{zz}=-F_1(x+Dt); \quad \sigma_{xz}=-F_2(x+Dt). \tag{11}$$

Начальные условия на такой задаче отсутствуют.

Введем подвижные координаты

$$x'=x+Dt; \quad y'=y,$$

причем штрихи в дальнейшем для простоты будем опускать. Тогда для потенциалов φ и ψ получаем уравнения

$$\alpha^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}=0; \quad \beta^2\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=0;$$

$$\alpha^2=(D/a)^2-1; \quad \beta^2=(D/b)^2-1. \tag{12}$$

Общие решения уравнений (12) находятся методом Даламбера и имеют вид

$$\varphi(x,z)=\varphi_1(x+\alpha z)+\varphi_2(x-\alpha z); \qquad \psi(x,z)=\psi_1(x+\beta z)+\psi_2(x-\beta z). \tag{13}$$

В силу отсутствия отраженных волн от нижней бесконечно удаленной границы функции φ_2 и ψ_2 должны обращаться в нуль, а для φ_1 и ψ_1 из граничных условий (1112) получаем функциональные соотношения

$$\left(\beta^2-1\right)\varphi_1''(x)-2\beta\psi_1''(x)=-\frac{F_1(x)}{\rho D^2}\left(\beta^2+1\right)H(x);$$
$$2\alpha\varphi_1''(x)+\left(\beta^2-1\right)\psi_1''(x)=-\frac{F_2(x)}{\rho D^2}\left(\beta^2+1\right)H(x). \tag{14}$$

Из соотношений (14) получим

$$\varphi_1''(x)=\frac{\beta^2+1}{\rho D^2}\left[\left(\beta^2-1\right)F_1(x)+2\beta F_2(x)\right]H(x)\Delta^{-1};$$
$$\psi_1''(x)=\frac{\beta^2+1}{\rho D^2}\left[2\alpha F_1(x)-\left(\beta^2-1\right)F_2(x)\right]H(x)\Delta^{-1};$$
$$\Delta=4\alpha\beta+\left(\beta^2-1\right)^2. \tag{15}$$

С использованием зависимостей (15) для величин напряжений получаем выражения

$$\Delta\cdot\sigma_{xx}=-\left(\beta^2-2\alpha^2+1\right)\left[\left(\beta^2-1\right)F_1(x+\alpha z)+2\beta F_2(x+\alpha z)\right]\times$$
$$\times H(x+\alpha z)+2\beta\left[2\alpha F_1(x+\beta z)-\left(\beta^2-1\right)F_2(x+\beta z)\right]H(x+\beta z);$$
$$\Delta\cdot\sigma_{zz}=-\left(\beta^2-1\right)\left[\left(\beta^2-1\right)F_1(x+\alpha z)+2\beta F_2(x+\alpha z)\right]H(x+\alpha z)-$$
$$-2\beta\left[2\alpha F_1(x+\beta z)-\left(\beta^2-1\right)F_2(x+\beta z)\right]H(x+\beta z); \tag{16}$$
$$\Delta\cdot\sigma_{xz}=-2\alpha\left[\left(\beta^2-1\right)F_1(x+\alpha z)+2\beta F_2(x+\alpha z)\right]H(x+\alpha z)+$$
$$+\left(\beta^2-1\right)\left[2\alpha F_1(x+\beta z)-\left(\beta^2-1\right)F_2(x+\beta z)\right]H(x+\beta z);$$
$$H(\varsigma)=\begin{cases}1, & \varsigma\ge 0\\ 0, & \varsigma<0\end{cases},$$

а для перемещений u и w, соответственно

$$u=-\frac{\beta^2+1}{\rho D^2\Delta}\left[\left(\beta^2-1\right)F_3(x+\alpha z)+2\beta F_4(x+\alpha z)\right]H(x+\alpha z)+$$
$$+\beta\frac{\beta^2+1}{\rho D^2\Delta}\left[2\alpha F_3(x+\beta z)-\left(\beta^2-1\right)F_4(x+\beta z)\right]H(x+\beta z);$$
$$w=-\alpha\frac{\beta^2+1}{\rho D^2\Delta}\left[\left(\beta^2-1\right)F_3(x+\alpha z)+2\beta F_4(x+\alpha z)\right]\times$$
$$\times H(x+\alpha z)-\frac{\beta^2+1}{\rho D^2\Delta}\left[2\alpha F_3(x+\beta z)-\right. \tag{17}$$
$$\left.-\left(\beta^2-1\right)F_4(x+\beta z)\right]H(x+\beta z),$$

где

$$F_3(x)=\int_0^x F_1(\xi)d\xi;\qquad F_4(x)=\int_0^x F_2(\xi)d\xi.$$

Пусть $F_2=0$ и рассмотрим напряжение σ_{xx} на границе $z=0$. Получим

$$\sigma_{xx}=F(v,D_0)F_1(x);\qquad D_0=D/a,$$

где

$$F(v,D_0)=\frac{A_1(v,D_0)-A_2(v,D_0)B(v,D_0)}{A_1(v,D_0)-A_2(v,D_0)};$$

$$A_1 = (1-2\nu)^{3/2}\sqrt{(D_0^2-1)(1-\nu)-(1-2\nu)};\qquad A_2 = \left[D_0^2(1-\nu)-(1-2\nu)\right];$$
$$B = \left[D_0^2(1-\nu)-(D_0^2-1)(1-2\nu)\right].$$

Пусть на полупространстве $z \le -h$ лежит упругий слой $0 \ge z > -h$ $|x| < \infty$, по поверхности которого распространяется нормальная нагрузка, т.е. при $z = 0$ имеем граничные условия

$$\sigma_{zz}^{(0)} = -F(x+Dt);\ \sigma_{xz}^{(0)} = 0. \tag{18}$$

Величины и параметры слоя будем обозначать индексом "0", а полпространства – индексом "1".

На границе контакта $z = -h$ можно задать условия:

жесткий контакт

$$\sigma_{zz}^{(0)} = \sigma_{zz}^{(1)};\quad \sigma_{xz}^{(0)} = \sigma_{xz}^{(1)};\quad u_0 = u_1;\quad w_0 = w_1; \tag{19}$$

идеальный контакт

$$\sigma_{zz}^{(0)} = \sigma_{zz}^{(1)};\quad \sigma_{xz}^{(0)} = \sigma_{xz}^{(1)} = 0;\quad w_0 = w_1; \tag{20}$$

Можно задавать и другие условия при $z = -h$.

В подвижных координатах решения уравнений для потенциалов в слое и полуплоскости имеет вид

$$\alpha_j^2\frac{\partial^2\varphi_j}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\varphi_j}{\partial z^2} = 0;\qquad \beta_j^2\frac{\partial^2\psi_j}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\psi_j}{\partial z^2} = 0;$$
$$\left(x' = \frac{x+Dt}{h};\quad y' = \frac{y}{h};\quad \varphi_0 = \frac{\varphi_0}{h^2};\quad \psi_0 = \frac{\psi_0}{h^2}\right). \tag{21}$$

Подставляя (21) в граничные условия (19), получим систему функциональных уравнений, которую, используя в выражениях для перемещений u_j, w_j и напряжений σ_{ij} получим решение задачи. Задачи данного класса могут служить эталоном для разработки численных алгоритмов при решении динамических задач.

ЛИТЕРАТУРА

1 Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М.: Наука, 1971, 807с.

2 Филиппов И.Г. Чебан В.Г. Математическая теория колебаний упругих и вязкоупругих пластин и стержней. – Кишинев: Штиинца, 1988,-190с.

3 Сейтмуратов А.Ж. Научно-технический и производственный журнал «Промышленное и гражданское строительство» №10-Москва, 2007,-102с.

4 Сейтмуратов А.Ж. Известия высших учебных заведений 11/2007 машиностроение. мгту им . Н.Э.Баумана г.Москва стр.9-15

Қатпарлы жартылай жазық бетке әсер ететін, жай гармоникалық топтағы жазық толқындар
Резюме

Бұл мақалада қозғалмалы күштің қатпарлы серпімді жартылай жазықтық бетіне әсер ететін есептер тобы қарастырылады. Бұл мағынадағы есептер қолданбалы жағдайларда үлкен қызығушылық көрсетуде. Әдіс динамикалық есептерді шешудегі сандық алгоритмдердің тиімдісі болып табылады. Деформацияланатын әртүрлі периодты және периодты емес ортада жай гармоникалық жазық толқындардың үлкен мәні бар.

Тірек сөздер: қатпарлы серпімді, деформация, гармоникалық жазық толқындар, Релей толқындары

The flat waves of simple harmonic type spreading on the surface of the stratified semi-plane
Summary

The article deals with the class of flat tasks concerning the impact of flexible loads on the surface of the stratified elastic semi-plane. The tasks of this class are of great interest and besides, they can be the basis for the development of some other numerical algorithms for the solving dynamical problems.

Keywords: stratified elastic, deformation, harmonious flat waves, Riley’s waves.

Абай
Ахметгалиевич
АЙТМУХАМБЕТОВ

Педагогу и ученому **Айтмухамбетову Абаю Ахметгалиевичу** исполняется 70 лет.

Абай Ахметгалиевич родился 5 декабря 1943 г. в поселке Боровом Мендагаринского района Кустанайской области. В 1969 г. он окончил физический факультет КазГУ им. Кирова, в этом же вузе закончил аспирантуру. По окончанию вуза работает в Кустанайском педагогическом институте в качестве преподавателя, старшего преподавателя; после защиты кандидатской диссертации «Исследование энергетических спектров электронной и ядерной компоненты космических лучей в межзвездном пространстве» по специальности «Физика атомного ядра и элементарных частиц» в Институте ядерной физики АН КазССР, продолжает трудиться в в Кустанайском педагогическом институте, но уже в качестве доцента, заведующего кафедрой общей и теоретической физики, декана физико-математического факультета. В 1987 г. Абай Ахметгалиевич впервые в истории высшего образования на открытом собрании коллектива Кызыл-Ординского педагогического института избирается ректором, в этом вузе он проработал несколько лет. За этот период вуз добился существенных результатов в системе обучения и в подготовке кадров. Как энергичный и талантливый руководитель, Абай Ахметгалиевич успешно внедряет инновационные тенденции в педагогический и научный процесс. В 1991 г. Абай Ахметгалиевич назначается ректором Кокшетауского государственного педагогического института. Возглавляя Кокшетауский вуз, Абай Ахметгалиевич продолжает курс прогрессивных преобразований в учебно-методической, воспитательной и научной деятельности. Впоследствии в результате слияния ряда кокшетауских вузов Абай Ахметгалиевич возглавил Кокшетауский университет имени Ш. Уалиханова. Абай Ахметгалиевич состоял в когорте администраторов, инициировавших и продолжавших реформы образовательной системы нашего государства. Характерно, что Кокшетауский университет в этот период стал одним из успешных и результативных учебных заведений в регионе и государстве. За период ректорской деятельности Абая Ахметгалиевича в возглавляемых им вузах организованы и успешно развиваются ряд новых специальностей и кафедр, востребованных в условиях рыночной экономики, налаживаются длительные контакты с учеными и вузами зарубежья. Абай Ахметгалиевич, как талантливый организатор, способствовал модернизации и укреплению материально-технической базы, наращиванию научного потенциала, активизации общественной активности студенчества и профессуры.

В 1998 году А. А. Айтмухамбетов успешно защитил докторскую диссертацию «Радиационные условия в околоземном космическом пространстве» по специальности «Гелиофизика и физика солнечной системы» в Институте ионосферы НАН РК. В 2001 году профессор, доктор физико-математических наук Абай Ахметгалиевич Айтмухамбетов избран действительным членом Международной академии наук высшей школы (МАН ВШ) Республики Казахстан в направлении естественных наук: физики космического пространства. В этом же году принимает участие в конкурсе среди ректоров государственных вузов Казахстана, победа в которой обеспечила возможность посетить вузы Бельгии и Франции. В 2003 г. Французская Ассоциация содействия промышленности (SPI) выдвинула кандидатуру ректора Кокшетауского государственного университета им. Ш. Уалиханова на соискание почетной французской награды «Золотая медаль Ассоциации содействия промышленности». «Золотая медаль SPI» была вручена А. А. Айтмухамбетову в историческом зале «Люмьер» Ассоциации SPI на площади Сэн Жермен дэ Прэ в Париже. Это позволило создать не только высокий имидж вузу, но и подтвердило высокий профессионализм Абая Ахметгалиевича как руководителя. Он награжден нагрудным знаком «Отличник просвещения КазССР», знаком «Почетный работник образования и науки Республики Казахстан», медалью имени Ы. Алтынсарина за заслуги в системе образования РК, орденом «Құрмет». Абай Ахметгалиевич принимает активное участие в общественной жизни. В 1999 г. он избирался депутатом Акмолинского областного маслихата. В качестве Председателя постоянной комиссии в образовании, медицине, науке и культуре он способствовал позитивным преобразованиям в социальной сфере региона. В настоящее время Абай Ахметгалиевич работает в качестве советника ректора Костанайского государственного университета имени А. Байтурсынова. Абай Ахметгалиевич возглавляет Совет Профессоров, ведет большую организаторскую, преподавательскую работу. А. А. Айтмухамбетов внес достойную лепту в процесс эволюции высшей модели образования.

Вся его деятельность направлена на благо нашего государства. Сердечно поздравляем Абая Ахметгалиевича от имени его друзей, коллег с юбилеем, желаем ему здоровья и новых замечательных идей.

ДРОБЖЕВ В.И., академик НАН РК,
БАЙЖАНОВ Б.С., член-корреспондент НАН РК,
д.ф.-м.н., зам. генерального директора РГП
Института математики и математического моделирования,
БУРТЕБАЕВ Н., профессор, д.ф.-м.н.,
зам. генерального директора РГП Институт ядерной физики,
КОЗИН И.Д., профессор, д.ф.-м.н.,
ХАЧИКЯН В.С., профессор КАУ, к.ф.-м.н.,
ГНС Института математики и математического моделирования,
ЖУМАБАЕВ Б.Т., к.ф.-м.н., коммерческий директор ДТОО
«Институт ионосферы» АО «НЦКИТ»,
СОМСИКОВ В.М., профессор, д.ф.-м.н.,
зав. лабораторией физики геокосмических связей
ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ»,
МУКАШЕВА С.Н., к.ф.-м.н., ученый секретарь
ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ»,
КРЯКУНОВА О.Н., к.ф.-м.н.,
зав. лабораторией *диагностики и прогноза космической погоды*
ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ»

МАЗМҰНЫ

Теориялық физика

Атом ядросы және элементар бөлшектер физикасы

Плазма, газдар және сұйықтар физикасы

Қатты дене физикасы және сызықты емес физика

Теориялық және тәжірибелік зерттеулер

Мерейтойлар

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретическая физика

Физика атомного ядра и элементарных частиц

Физика плазмы, газов и жидкостей

Физика твердого тела и нелинейная физика

Теоретические и экспериментальные исследования

Юбилейные даты

CONTENTS

Theoretical physics

Nuclear physics and elementary particles

Physics of plasma, gases and liquids

Solid-state physics and nonlinear physics

Theoretical and experimental researches

Anniversaries

Редактор *М. С. Ахметова, Ж. М. Нургожина*
Верстка на компьютере *Д. Н. Калкабековой*

Подписано в печать 21.11.2013.
Формат 60х881/8. Бумага офсетная. Печать – ризограф.
9,7 п.л. Тираж 3000. Заказ 6.

Национальная академия наук РК
050010, Алматы, ул. Шевченко, 28, т. 272-13-18, 272-13-19